



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



**TRABAJO DE FIN DE GRADO**

**MODELO MATEMÁTICO SUBSÓNICO DEL AVIÓN  
PANAVIA TORNADO CON MÁXIMA Y MÍNIMA FLECHA  
ALAR. ACTUACIONES.**

**GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL**

**CURSO 2021-2022**

**Autor:** Jordi Ferrís Roig

**Tutor:** José Pedro Magraner Rullan

## RESUMEN

El Panavia Tornado es un avión bimotor militar desarrollado en los años 70 por el consorcio trinacional Panavia Aircraft GmbH, formado por Reino Unido, Alemania Occidental e Italia. Se produjeron tres variantes de esta aeronave: el caza bombardero Tornado IDS, el caza de supresión de defensas enemigas Tornado ECR y el interceptor Tornado ADV; siendo la principal característica de estos modelos el tener la geometría variable.

El objetivo de este trabajo es el estudio de la dinámica de vuelo del Panavia Tornado IDS en sus dos configuraciones alares límite: flecha alar mínima y flecha alar máxima. Se estudian autorrotaciones, acoplamientos y diversas actuaciones en estas dos configuraciones, utilizando como base un modelo matemático obtenido con el programa Mathematica de acuerdo con los métodos presentados en el manual DATCOM.

## RESUM

El Panavia Tornado és un avió bimotor militar desenvolupat als anys 70 pel consorci trinacional Panavia Aircraft GmbH, conformat pel Regne Unit, l'Alemanya Occidental i la Itàlia. Es van produir tres variacions d'aquesta aeronau: el caça bombarder Tornado IDS, el caça de supressió de defenses enemigues Tornado ECR i l'Interceptor Tornado ADV; dels quals la principal característica és la possibilitat de variar la seua geometria.

L'objectiu d'aquest treball és l'estudi de la dinàmica de vol del Panavia Tornado IDS en les seues dues configuracions alars límit: fletxa alar mínima i fletxa alar máxima. S'estudien autorrotacions, acoplaments i diverses actuacions en aquestes dues configuracions, utilitzant com a base un model matemàtic en Mathematica obtingut d'acord amb els mètodes presentats al manual DATCOM.

## ABSTRACT

The Panavia Tornado is a bimotor military aircraft developed during the seventies by the trinational consortium Panavia Aircraft GmbH, formed by United Kingdom, Occidental Germany and Italy. Three variants were produced of this aircraft: the fighter bomber Tornado IDS, the enemy defense supression fighter Tornado ECR and the interceptor Tornado ADV; of which the main charateristic is the variable geometry.

The main objective of this project is the study of the flight dynamics of the Panavia Tornado IDS in its two limit configurations: minimum wing sweep and maximum wing sweep. Autorrotations, couplings and various performances are studied using as a base a mathematical model in Mathematica obtained according to the methods presented in the DATCOM manual.

## Índice

Introducción.....	8
Historia del Panavia Tornado.....	8
Geometría variable: contexto histórico .....	9
Motivación.....	10
Objetivos.....	10
Antecedentes .....	10
Método y herramientas.....	11
<i>USAF Stability and Control DATCOM</i> .....	11
Fiabilidad y limitaciones .....	12
Software utilizado .....	12
Plano a cuatro vistas .....	13
Características del Panavia Tornado.....	14
Datos generales del avión.....	15
Características geométricas del ala y del fuselaje.....	16
Características geométricas del conjunto de cola .....	17
Simplificaciones y condiciones de vuelo.....	18
Geometría 1: flecha mínima .....	19
Geometría 2: flecha máxima .....	23
Inercias .....	24
Efecto de los dispositivos hipersustentadores.....	26
Efecto de la planta motriz .....	28
Estudio .....	30
Autorrotaciones.....	31
Acoplamiento inercial por alabeo .....	34
Carreras de despegue en bases aéreas.....	36
Aproximación perpendicular a una pista de aterrizaje .....	38
Tonel en vuelo horizontal.....	41
Tonel con un grado de libertad.....	42
Tonel con dinámica de vuelo completa .....	44
Conclusiones .....	48
ANEXOS.....	49
Anexo I. Variantes del Panavia Tornado .....	49
Anexo II. Comparación con el análisis mediante la ley Biot & Savart. ....	50
Anexo III. Comparación del coeficiente de resistencia parásita.....	52
Anexo IV. Información de las bases aéreas. ....	53

<b>Anexo V. Pliego de condiciones.....</b>	<b>56</b>
Real Decreto 486/1997.....	56
Real Decreto 488/1997.....	57
Real Decreto 463/2020 .....	58
<b>Anexo VI. Presupuesto.....</b>	<b>59</b>
Coste de personal.....	59
Coste de material informático.....	59
Coste de Software.....	59
Coste Consumo.....	60
Coste total.....	60
<b>Bibliografía.....</b>	<b>61</b>

## Índice de tablas

Tabla 1. Datos generales del Panavia Tornado IDS.	15
Tabla 2. Datos del ala.	16
Tabla 3. Datos del fuselaje.	16
Tabla 4. Datos del estabilizador horizontal.	17
Tabla 5. Datos del estabilizador vertical.	17
Tabla 6. Condiciones de vuelo elegidas.	18
Tabla 7. Datos del perfil del ala.	19
Tabla 8. Condiciones de equilibrio con envergadura máxima en vuelo horizontal.	19
Tabla 9. Derivadas aerodinámicas longitudinales adimensionales con envergadura máxima.	20
Tabla 10. Derivadas aerodinámicas laterales adimensionales con envergadura máxima.	21
Tabla 11. Derivadas aerodinámicas dinámicas adimensionales con envergadura máxima	22
Tabla 12. Condiciones de equilibrio con flecha máxima en vuelo horizontal.	23
Tabla 13. Derivadas aerodinámicas longitudinales adimensionales con flecha máxima.	23
Tabla 14. Derivadas aerodinámicas laterales adimensionales con flecha máxima.	23
Tabla 15. Derivadas aerodinámicas dinámicas adimensionales con flecha máxima	24
Tabla 16. Masa y superficie de las partes principales del avión.	25
Tabla 17. Parámetros inerciales del avión.	25
Tabla 18. Momentos de inercia del Panavia Tornado.	26
Tabla 19. Datos de los dispositivos hipersustentadores.	27
Tabla 20. Efecto de los dispositivos hipersustentadores sobre los coeficientes aerodinámicos.	27
Tabla 21. Datos de la entrada del motor.	28
Tabla 22. Efecto de los motores sobre los coeficientes aerodinámicos.	29
Tabla 23. Datos de las pistas y distancias de rodaje correspondientes.	37
Tabla 24. Valores de la actuación en cada caso.	40
Tabla 25. Datos de la actuación en cada caso.	41
Tabla 26. Datos de la actuación en cada base aérea.	41
Tabla 27. Condiciones de vuelo y de equilibrio para el tonel.	43
Tabla 28. Valores estacionarios de velocidad angular de alabeo.	43
Tabla 29. Comparativa de valores entre Biot & Savart y DATCOM.	50
Tabla 30. Comparativa de valores entre DATCOM 1975 y DATCOM 1978.	52
Tabla 31. Coste de personal.	59
Tabla 32. Coste de material informático.	59
Tabla 33. Coste de software.	60
Tabla 34. Coste de consumo.	60
Tabla 35. Coste total.	60

## Índice de figuras

1. Panavias Tornado IDS GR.1 de la RAF. _____	8
2. Grumman F-14 Tomcat. _____	9
3. Mikoyan-Gurevich MiG-23. _____	9
4. Túpolev Tu-160. _____	9
5. Plano a cuatro vistas. _____	13
6. Dibujo seccionado del Turbo Union RB 199 Mk 103 (Gunston, 2000, pág. 208). _____	14
7. Tipos de Non Straight-Tapped Wings, DATCOM, 4.1.3.2-2, Sketch (a). _____	20
8. Cranked wing del Panavia Tornado en su configuración de envergadura máxima. _____	20
9. Divisiones del fuselaje para el cálculo de $CM_x$ . _____	21
10. Ala recta del Panavia Tornado en su configuración de flecha máxima _____	23
11. Deflexión completa de los flaps del Tornado (Domke, 1990) _____	26
12. Autorrotaciones con envergadura máxima. _____	32
13. Autorrotaciones con flecha máxima. _____	33
14. Autorrotaciones nulas con deflexión de $-8^\circ$ con envergadura máxima. _____	34
15. Autorrotaciones nulas con deflexión de $-0.5^\circ$ con flecha máxima. _____	34
16. Parte real de los autovalores en función de $p_0$ con geometría de envergadura máxima. _____	35
17. Parte real de los autovalores en función de $p_0$ con geometría de flecha máxima. _____	36
18. Diagrama explicativo de la maniobra de despegue con la simplificación asumida. _____	37
19. Esquema de la aproximación a la pista. _____	39
20. Tonel de $360^\circ$ en vuelo horizontal. _____	42
21. Respuesta de la velocidad angular de alabeo ante deflexión antisimétrica de $10^\circ$ del empenaje horizontal con envergadura máxima. _____	43
22. Respuesta de la velocidad angular de alabeo ante deflexión antisimétrica de $10^\circ$ del empenaje horizontal con flecha máxima. _____	43
23. Altitud perdida con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	44
24. Velocidad de vuelo con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	45
25. Velocidad angular de alabeo con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	45
26. Ángulo de ataque con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	46
27. Velocidad angular de cabeceo con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	46
28. Ángulo de derrape con flecha máxima y mínima respectivamente. _____	47
29. Desplazamiento lateral con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	47
30. Desplazamiento longitudinal con flecha mínima y máxima respectivamente. _____	47
31. Plano de la base aérea de la RAF, Brize Norton. _____	53
32. Carta de aproximación y plano de la base aérea de la Luftwaffe, Büchel. _____	54
33. Ubicación geográfica de la base de la Aeronautica Militare, Grazzanise. _____	55
34. Vista aérea de la base de Grazzanise. _____	55
35. Fotografía satelital de la base de Grazzanise. _____	55

## Índice de ecuaciones

Ecuación 1. Equilibrio de fuerzas verticales. _____	19
Ecuación 2. Aproximación del ángulo de ataque. _____	19
Ecuación 3. Expresión de obtención de la masa de cada sección del avión. _____	25
Ecuación 4. Definición de Coeficiente de Resistencia con los motores parados. _____	28
Ecuación 5. Factor de Oswald según David Hull. _____	28
Ecuación 6. Definición de Coeficiente de Resistencia con los motores en marcha. _____	29
Ecuación 7. Definición de Coeficiente de Sustentación incluyendo el efecto de los motores. _____	29
Ecuación 8. Definición de Coeficiente de Momento incluyendo el efecto de los motores. _____	29
Ecuación 9. Colección de las 12 ecuaciones de Bryan en un sistema de ejes cuerpos. _____	30
Ecuación 10. Velocidad longitudinal en función de los ángulos de ataque y derrape. _____	31
Ecuación 11. Velocidad lateral en función de los ángulos de ataque y derrape. _____	31
Ecuación 12. Velocidad vertical en función de los ángulos de ataque y derrape. _____	31
Ecuación 13. Definición de la aceleración angular de alabeo con término inercial intrínseco. _____	32
Ecuación 14. Matriz del sistema homogéneo. _____	35
Ecuación 15. Expresión del factor de carga. _____	40
Ecuación 16. Expresión del radio de giro de la maniobra. _____	40
Ecuación 17. Expresión de la pendiente de la curva del Coeficiente de Sustentación del empenaje horizontal en función del ángulo de ataque. _____	51
Ecuación 18. Expresión de la pendiente de la curva del Coeficiente de Sustentación del empenaje horizontal en función del ángulo de ataque y del número de Mach. _____	51

## Introducción

El Panavia Tornado es un avión bimotor militar del tipo cazabombardero e interceptor desarrollado en los años 70 por el consorcio trinacional Panavia Aircraft GmbH, formado por los países Reino Unido, Alemania Occidental e Italia. Se produjeron tres variantes de esta aeronave; el caza bombardero Tornado IDS, el caza de supresión de defensas enemigas Tornado ECR y el interceptor Tornado ADV, siendo la principal característica de estos modelos la geometría variable de sus alas. Esta característica permite al avión que la posea modificar a voluntad la flecha de su ala, dentro de ciertos límites, para adaptarla a las condiciones de vuelo en las que se quiera operar. En el caso del Panavia Tornado, la flecha puede modificarse para que adquiera un valor de entre 24° y 67° medida según su borde de ataque.

## Historia del Panavia Tornado

El proyecto de desarrollo del Tornado tiene su origen en los años 60, cuando la investigación de los diseños de ala con geometría variable estaba en el punto de mira de la industria aeronáutica. El Reino Unido buscaba un reemplazo para sus bombarderos Avro Vulcan y sus aviones de ataque Blackburn Buccaneer y en 1965 inició junto a Francia el proyecto AFVG (*Anglo French Variable Geometry*) con el objetivo de diseñar una aeronave capaz de suplirlos, no obstante, la retirada de los franceses del proyecto en 1967 causó su descarte.

Paralelamente, Alemania Occidental, Bélgica, Canadá, Italia y los Países Bajos, en 1968, iniciaron otro proyecto para sustituir los Lockheed F-104 Starfighter de sus armadas, el denominado MRCA, siglas de *Multi Role Combat Aircraft*, cuyo objetivo era producir una aeronave polivalente que pudiese hacer las funciones que previamente realizaban varios aviones diferentes. Ese mismo año se uniría al conglomerado el Reino Unido, cuyo acuerdo con Francia había sido disuelto.

Finalmente, tras la retirada de Bélgica, Canadá y posteriormente los Países Bajos, el 26 de marzo de 1969 se formó el consorcio Panavia Aircraft GmbH, que diseñaría un avión que pudiese desempeñar funciones de reconocimiento, defensa aérea, ataque táctico y ataque marítimo. La fabricación se dividió entre las tres naciones, siendo la empresa británica BAC la encargada del fuselaje frontal y el conjunto de cola, la alemana MBB del fuselaje central y la italiana Aeritalia de las alas. En cuanto a la planta motriz, se creó la empresa Turbo Union en 1970 para diseñar y fabricar los motores, cuya propiedad quedó dividida entre Rolls-Royce, MTU y FIAT.

De los dos diseños que prevalecieron hasta el final de la etapa de definición del proyecto, un monoplaza y un biplaza, salió elegido el modelo de dos tripulantes, bautizado como PA-200 Tornado en 1974 y conocido como Tornado IDS (*Interdictor/Strike*), destinado a ataques a baja altitud.

Más tarde se construiría a petición de la *Royal Air Force* el Tornado ADV, una variante de defensa aérea con función de interceptor que ya estaba en mente de la armada británica desde las fases iniciales del proyecto. Además, en 1990 se hizo entrega a Alemania y más tarde a Italia de una variante del Tornado IDS denominada Tornado ECR<sup>1</sup>, con capacidades de combate electrónico y función principal de supresión de defensas aéreas enemigas.



1. Panavias Tornado IDS GR.1 de la RAF.

---

<sup>1</sup> Las diferentes variantes del Tornado se enumeran en el Anexo I.



Con capacidad para gran variedad de misiles aire-aire y aire-superficie y una excelente eficacia en ataques en corto, el Tornado en todas sus variantes representa un activo importante para las fuerzas aéreas que lo poseen en sus filas. Actualmente se encuentra en servicio en Alemania, Arabia Saudita, Italia y Reino Unido y es, sin duda, uno de los aviones militares europeos más importantes de la historia.

### Geometría variable: contexto histórico

A lo largo del tiempo, han existido diversas aeronaves con ala de flecha variable, tal es el caso del caza supersónico Grumman F-14 Tomcat o los bombarderos General Dynamics F-111 Aardvark y Rockwell B-1 Lancer. Igualmente, también los hay soviéticos como los Sukhoi Su-17 y Su-22, los Mikoyan-Gurevich Mig-23 y Mig-27 o el Túpolev Tu-160, apodado el *cisne blanco*. Incluso en el ámbito europeo se puede encontrar algún que otro modelo, como el Dassault Mirage G, un proyecto de caza con geometría variable que se desestimó y acabó derivando en el célebre Mirage-F1.

Sin embargo, las experimentaciones con esta capacidad tienen su inicio mucho antes que los primeros vuelos de los aviones mencionados hiciesen acto de presencia. Fue en la Alemania nazi, durante la Segunda Guerra Mundial, cuando los ingenieros alemanes desarrollaron aeronaves experimentales para estudiar el efecto de la flecha sobre el vuelo de los cazas, como el Messerschmitt P-1101, cuya flecha alar podía modificarse en tierra. Más tarde y tras la victoria del bando aliado, los modelos y prototipos fueron encontrados por los vencedores y estudiados por estos. De aquí nacieron una serie de modelos experimentales desestimados como el Bell X-5 o Grumman XF10F Jaguar hasta que en 1967 voló por primera vez el F-111, el primer avión de geometría variable en entrar en producción. Le siguieron el Tu-22M, el F-14 y el Panavia Tornado, protagonista de este estudio, entre otros. Finalmente, los más tardíos B-1 y Tu-160 darían el broche final a esta tendencia de diseño.

El ámbito militar era ideal para el diseño de este tipo de aeronaves, pues el amplio rango de velocidades a las que debían operar justificaba un diseño específico y sofisticado para adecuar el ala a la velocidad de vuelo. No obstante, con los mecanismos que controlaban esta variación, el peso y la dificultad de mantenimiento aumentaban notoriamente, por lo que paulatinamente fueron desapareciendo de los cielos.

Pero ¿cómo varían específicamente las actuaciones y la dinámica de vuelo de una aeronave cuando se modifica la flecha del ala llevándola del mínimo al máximo? Para responder a esta pregunta se ha obtenido el modelo matemático del avión en ambas configuraciones utilizando como guía el manual para estabilidad y control de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos DATCOM y plasmando los cálculos sobre el programa informático Wolfram Mathematica.



2. Grumman F-14 Tomcat.



3. Mikoyan-Gurevich MiG-23.



4. Túpolev Tu-160.

## Motivación

Planteado como trabajo de fin de grado, el presente documento busca ampliar las vías de obtención de modelos matemáticos de aviones haciendo uso de documentos externos a los proporcionados por el profesorado durante las asignaturas de *Mecánica de Vuelo* y *Ampliación de Mecánica de Vuelo* durante el cuarto curso de grado, así como analizar un caso de avión en cuya característica distintiva no se indagó en dichas asignaturas.

## Objetivos

Consecuentemente y respondiendo a la retórica anterior, este proyecto tiene como objetivo principal el estudio de la dinámica de vuelo del Panavia Tornado en sus dos configuraciones límite: flecha mínima y flecha máxima. Se pretende además esclarecer cuál de estas dos configuraciones es más adecuada en varias actuaciones y maniobras que se plantean.

## Antecedentes

En lo referente a los estudios de grado, se han realizado ciertos análisis de las ventajas y desventajas de poseer una flecha alar elevada frente a una flecha más reducida, pero no se ha hecho hincapié en la característica de geometría variable directamente.

En cuanto a los métodos de obtención de algunos coeficientes, se ha hecho uso de diversos métodos extraídos del manual DATCOM sin utilizar de forma directa el documento, sino la información que mucha documentación específica en formato académico ofrece, y que está basada en DATCOM.

Por tanto, el interés del trabajo radica en la búsqueda ir un poco más allá de lo planteado en el grado de Ingeniería Aeroespacial de la UPV, ampliando los métodos estudiados en el grado y haciendo uso del manual original del cuál provienen varios de ellos, mucho más detallado, exhaustivo y denso, y de aplicación más complicada.

## Método y herramientas

### *USAF Stability and Control DATCOM*

El documento utilizado para la obtención del modelo matemático del Tornado es el *USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM*. Este extenso documento constituye un manual para el diseño preliminar de una aeronave, anterior, en general, a la adquisición de datos experimentales, y contiene métodos de cálculo de las derivadas aerodinámicas esenciales en la dinámica longitudinal y lateral, efectos de cargas externas y de masa e inercia. Fue compilado entre los años 1975 y 1977 conjuntamente por la McDonnell Douglas Corporation y los ingenieros de dinámica de vuelo de la Base Aérea de Wright-Patterson, Ohio, Estados Unidos, y la última revisión, utilizada para este trabajo digitalizada en formato PDF, se efectuó en 1978.

Esencialmente, el índice de DATCOM consta de nueve apartados:

- *Guide to DATCOM and Methods Summary*: explicación de las características y limitaciones de los parámetros que el documento permite calcular.
- *General Information*: constituye un glosario de los significados de cada uno de los símbolos y letras utilizados en el manual.
- *Effects of External Stores*: permite el cálculo del efecto de cargas externas sobre la aeronave.
- *Characteristics at Angle of Attack*: parte de la guía que permite calcular progresivamente las derivadas aerodinámicas longitudinales de la aeronave pasando por las del ala y del fuselaje exclusivamente, conjuntamente y añadiendo los efectos del empenaje, así como la contribución de la planta propulsiva.
- *Characteristics in Sideslip*: análogamente al apartado longitudinal, esta sección permite obtener las derivadas aerodinámicas de la dinámica lateral-direccional.
- *Characteristics of High-Lift and Control Devices*: analiza la contribución de los dispositivos hipersustentadores a las derivadas aerodinámicas previamente calculados.
- *Dynamic Derivatives*: explicación del cálculo de las derivadas aerodinámicas de las velocidades angulares y de las variaciones del ángulo de ataque y de derrape.
- *Mass and Inertia*: presentación de métodos de cálculo de la inercia de las diferentes secciones de la aeronave respecto a ejes remotos y ejes propios.
- *Characteristics of VTOL-STOL Aircraft*: cálculo de las características especiales de aeronaves de despegue corto o vertical.

Constituye, como se puede observar, una guía muy extensa y detallada para el cálculo de las características de una aeronave. En especial, para el estudio de la dinámica de vuelo del Panavia Tornado, han sido de especial utilidad los apartados del 4 al 8, de *Characteristics at Angle of Attack* a *Mass and Inertia*.

Individualmente, cada sección posee procedimientos teóricos y ejemplos de aplicación para facilitar el entendimiento al lector y su seguimiento del método. Además, los cálculos se apoyan en datos experimentales presentados en formato de tablas y gráficas en la parte final de cada apartado, que pueden ser utilizados de forma directa o, en su defecto, empleados como base para interpolar el valor que se busque de entre los disponibles.

Cabe recalcar que, en el caso de las secciones *Characteristics at Angle of Attack* y *Characteristics in Sideslip*, centradas en las dinámicas longitudinal y lateral del diseño, se hace necesario clasificar el tipo de ala según su geometría entre alas rectas, alas con cambios de flecha o con curvatura, tal y como se detalla en el apartado de Geometría del presente documento.

## Fiabilidad y limitaciones

Aunque DATCOM permite calcular los coeficientes aerodinámicos casi en su totalidad, tiene varias limitaciones, siendo la principal el error sensiblemente mayor en los coeficientes de guiñada (Blake., 1985). Por el contrario, los resultados con los coeficientes aerodinámicos restantes son bastante aceptables

Paralelamente a este manual, existe una versión digitalizada del mismo, llamada Digital Datcom, que calcula directamente las derivadas aerodinámicas tras introducirle los datos de la geometría de la aeronave y las condiciones de vuelo, pero, aunque se ha ido mejorando con el tiempo, añade varias limitaciones más (Blake., 1985) a las que ya tiene de por sí la versión escrita, por lo que se ha decidido trabajar con el DATCOM clásico en conjunto con Wolfram Mathematica.

## Software utilizado

Paralelamente al uso del manual DATCOM, para la obtención de resultados en este proyecto, han sido de vital importancia los siguientes programas informáticos: AutoCAD y Mathematica.

AutoCAD es un software de diseño por ordenador propiedad de la empresa Autodesk ampliamente utilizado en el ámbito de la ingeniería, arquitectura y otras profesiones de carácter técnico. Este programa permite realizar dibujos y planos con gran precisión haciendo uso de comandos y de herramientas visibles en la interfaz.

Aplicado a este trabajo, AutoCAD ha sido de gran utilidad para obtener medidas geométricas de las diferentes partes del Panavia Tornado. Importando un plano a cuatro vistas del avión y ajustando la escala, es posible tomar medidas de distancias, ángulos, áreas, centros geométricos, etc. Por tanto, conjuntamente a la información extraída de bibliografía, constituye una herramienta clave para el estudio presentado en este documento.

Mathematica, por su parte, es un programa de cálculo computacional ideado por Stephen Wolfram y propiedad de la empresa Wolfram Research. Combina un núcleo de cálculo con una interfaz que se manipula con un lenguaje de programación específico y permite la realización de cálculos numéricos y algebraicos complejos que serían inviables para hacerse a mano. Permite además la visualización de gráficos tridimensionales y animados y posee gran cantidad de librerías de funciones matemáticas y herramientas computacionales.

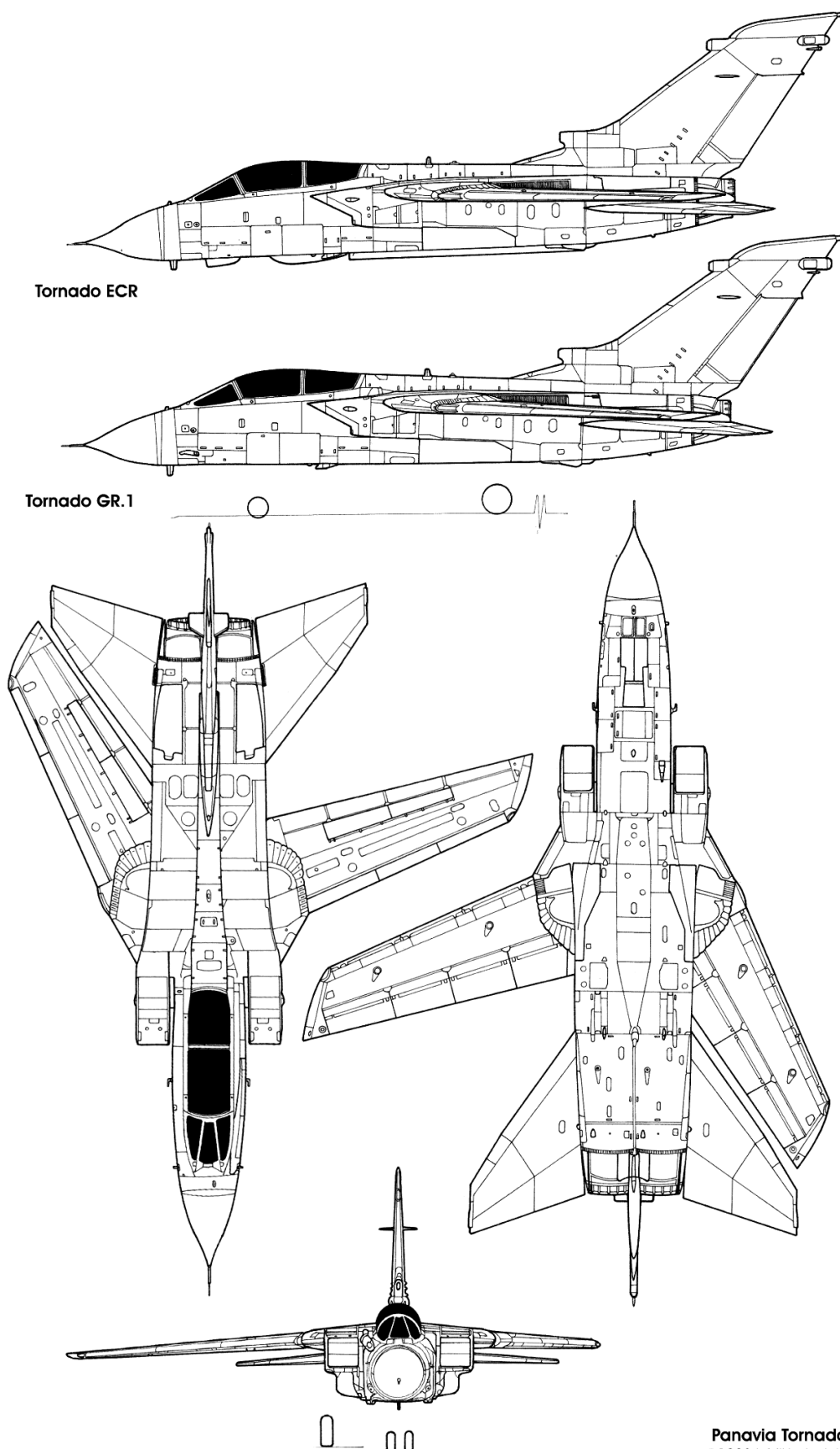
El código se plasma sobre archivos independientes o “cuadernos”, que pueden ejecutarse instrucción por instrucción o de forma directa de cara a la obtención de resultados.

Para este proyecto, se han transcrito los métodos presentes en el *USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM* a Mathematica y se han creado diferentes cuadernos según qué actuación se estudie, habiendo dos archivos principales correspondientes al cálculo de las derivadas aerodinámicas, inercias, efectos de los motores y dispositivos hipersustentadores de las geometrías de flecha mínima y máxima. Estos dos archivos, al ser ejecutados con los correspondientes datos geométricos obtenidos con AutoCAD o referencias bibliográficas, permiten la obtención de los datos que se presentan en las tablas de los apartados siguientes.

Como conclusión, estas son las versiones empleadas de los dos programas:

- Autodesk AutoCAD 2018: Student Version.
- Wolfram Mathematica 10: Student Edition: versión: 10.4.1.0.

## Plano a cuatro vistas



**Panavia Tornado**  
©1993 I. Mikhelevich

5. Plano a cuatro vistas (Mikhelevich, 1993).



## Características del Panavia Tornado

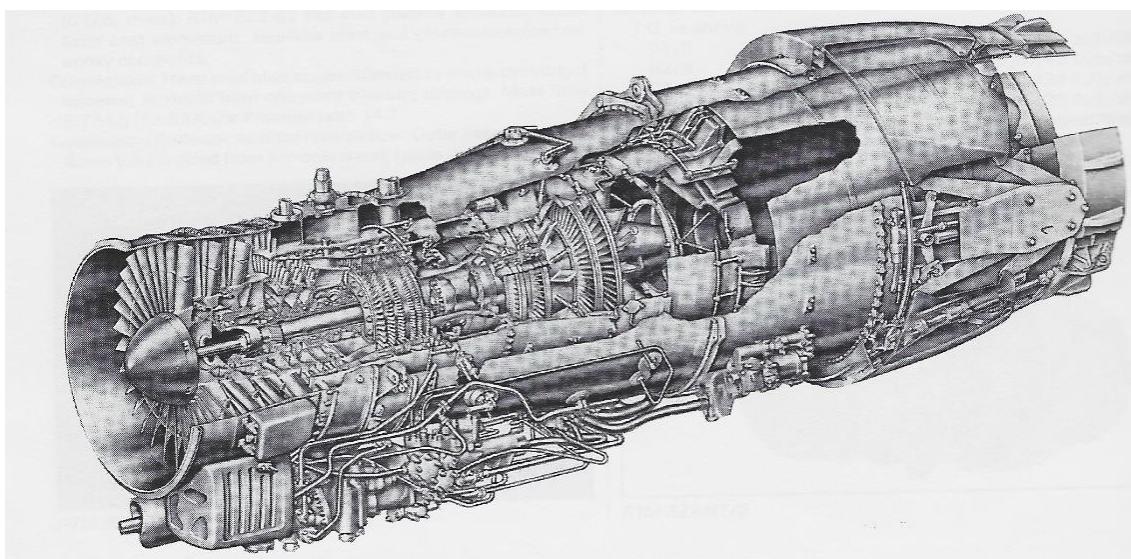
En el presente apartado se muestran los datos geométricos y de actuación necesarios para el cálculo de las derivadas aerodinámicas de la aeronave vía el manual DATCOM.

Los datos se presentan organizados en tablas de la siguiente forma:

- Datos generales y de operación: Tabla 1.
- Datos geométricos del ala: Tabla 2.
- Datos geométricos del fuselaje: Tabla 3.
- Datos geométricos del estabilizador horizontal: Tabla 4.
- Datos geométricos del estabilizador vertical: Tabla 5.

Cabe destacar que, dado que el Panavia Tornado es una aeronave con dos configuraciones de ala; envergadura máxima y envergadura mínima, con flechas de  $24^\circ$  y  $67^\circ$  respectivamente, algunos datos referentes al ala tendrán valores distintos según qué configuración se esté estudiando. Por ello, se representan con coloración verde todos aquellos valores referentes a la configuración de flecha máxima, y con coloración azul los valores de flecha mínima.

En lo que a la planta motriz se refiere, el Tornado IDS lleva equipados dos Turbo-Union RB199-34R Mk 103 de principios de los años 1970 diseñados conjuntamente entre la empresa británica Rolls Royce, la italiana FiatAvio y la alemana MTU, unidas bajo el nombre de Turbo Union. Se trata de motores turbofan de triple eje con postquemador y reversa para permitir el aterrizaje en una menor distancia, equipados con compresores de baja, intermedia y alta presión de 3, 3 y 6 etapas respectivamente, cámara de combustión de Rolls Royce y turbinas de alta, intermedia y baja presión de 1, 1 y 2 etapas (Gunston, 2000).



6. Dibujo seccionado del Turbo Union RB 199 Mk 103 (Gunston, 2000, pág. 208).

Con las posteriores versiones del Tornado, la planta propulsora también se vería reforzada. Es el caso del Tornado ADF, cuyo motor estándar es el Turbo Union RB 199 Mk 104, prácticamente idéntico a los Mk 103 salvo en su tobera, que aumenta en 360 mm su longitud para aumentar en un 10% el empuje máximo y reducir el consumo específico.

Los Tornado ECR alemanes, por su parte, llevan equipados dos Turbo Union RB 199 Mk 105, también similares al Mk 103 pero con el empuje potenciado un 10% y los compresores de baja

presión optimizados para aumentar el ratio de presiones y los ciclos de vida útil de los componentes.

Por otra parte, es necesario señalar que la aeronave carece de alerones, por lo que sus dispositivos de control serán el timón de dirección y profundidad, la palanca de gas, los *flaps* y los *spoilers*, debiendo utilizar la deflexión del empenaje horizontal antisimétricamente para generar alabeo.

Además, en ausencia de datos, se ha supuesto que el centro de gravedad del avión se mantiene fijo en una misma posición durante el estudio de cada configuración alar y situado al 90% de la distancia entre apoyos del tren de aterrizaje medido desde el inicio de la cuerda en la raíz del ala.

## Datos generales del avión

DATOS GENERALES Y DE OPERACIÓN		
	Símbolo	Valor
Techo de vuelo (m)	$z_{\max}$	15 240
Velocidad máxima operativa (km/h)	$V_{\max}$	2 418
Masa de referencia (kg)	$m_{\text{ref}}$	17 825
Peso máximo al despegue (kg)	MTOW	28 000
Peso en vacío (kg)	OEW	14 500
Capacidad máxima de fuel (kg)	MFW	6 350
Peso máximo de armamento (kg)	MAW	8 500
Empuje por motor (N)	T	40 500
Empuje con postquemador (N)	$T_{\text{AB}}$	71 170
Tripulación	-	2
Posición del CDG desde el inicio de la cuerda en la raíz del ala (m)	$x_{\text{CDG}}$	1.67
Posición del CDG desde el morro	$x_{\text{CDGAbs}}$	8.51
Hiato con flecha mínima (m)	-	-0.24
Hiato con el estabilizador vertical con flecha mínima (m) (m)	-	-1
Hiato con flecha máxima	-	0.36
Hiato con el estabilizador vertical con flecha máxima (m)	-	0.41

Tabla 1. Datos generales del Panavia Tornado IDS.

El valor de masa de referencia se ha obtenido teniendo en cuenta que tiene 2 tripulantes cuyo peso medio es de 75 kg, que el depósito de combustible se encuentra lleno al 50% y que el avión no lleva ningún tipo de armamento externo o carga, tales como misiles, bombas, depósitos o *pods* de guerra electrónica.

$$m_{\text{ref}} = \text{OEW} + \frac{\text{MFW}}{2} + 2 \cdot 75$$

Por otra parte, la negatividad de los hiatos proviene de que la distancia medida desde el final de la cuerda en la raíz del ala al inicio de la cuerda en la raíz del empenaje (sea vertical u horizontal) se mida hacia delante en dirección al morro, es decir, cuando la posición  $x$  del punto final de  $c_{\text{rw}}$  exceda la inicial de  $c_{\text{rt}}$  o  $c_{\text{rtim}}$ , definidos en las Tablas 1, 2 y 3 respectivamente.

## Características geométricas del ala y del fuselaje

DATOS GEOMÉTRICOS DEL ALA			
	Símbolo	Flecha mínima	Flecha máxima
Envergadura (m)	$b_w$	13.91	7.5
Superficie alar (m <sup>2</sup> )	$S_w$	26.6	26.6
<i>Aspect Ratio</i>	$AR_w$	7.27	2.11
Cuerda alar en la raíz (m)	$c_{rw}$	2.69	6.06
Cuerda media aerodinámica (m)	$c_{mw}$	2.11	4.59
Cuerda en la punta del ala (m)	$c_{tipw}$	1.37	2.70
Estrechamiento	$\lambda_w$	0.51	0.45
Flecha del borde de ataque (°)	$\Lambda_{LE}$	24	67
Flecha en la mitad de la cuerda (°)	$\Lambda_{c/2}$	19	62
Flecha a un cuarto de cuerda (°)	$\Lambda_{c/4}$	22	65
Flecha del borde de salida (°)	$\Lambda_{TE}$	14	56
Cuerda alar expuesta (m)	$c_{rwe}$	2.45	3.09
Envergadura expuesta (m)	$b_e$	11.18	5.10
Superficie alar expuesta (m <sup>2</sup> )	$S_e$	19.84	19.66
Superficie mojada (m <sup>2</sup> )	$S_{wet}$	39.4	37.1
Diedro del ala (°)	$\Gamma_w$	-3	-3
Torsión del ala (°)	$\theta_w$	0	0
Posición del centro aerodinámico (m)	$x_{CAw}$	1.85	5

Tabla 2. Datos del ala.

DATOS GEOMÉTRICOS DEL FUSELAJE		
	Símbolo	Valor
Longitud (m)	$l_B$	13.85
Volumen (m <sup>3</sup> )	$V_B$	29.74
Diámetro equivalente (m)	$d_{eq}$	2.46
Anchura máxima (m)	$w_{max}$	3.07
Superficie lateral (m <sup>2</sup> )	$S_{Blat}$	29.74
Superficie de la sección final (m <sup>2</sup> )	$S_{base}$	1.33

Tabla 3. Datos del fuselaje.



## Características geométricas del conjunto de cola

DATOS GEOMÉTRICOS DEL ESTABILIZADOR HORIZONTAL		
	Símbolo	Valor
Envergadura (m)	$b_t$	6.78
Superficie de referencia (m <sup>2</sup> )	$S_t$	20.04
<i>Aspect Ratio</i>	$AR_t$	2.29
Cuerda en la raíz (m)	$c_{rt}$	4.74
Cuerda media aerodinámica (m)	$c_{mt}$	3.33
Cuerda en la punta (m)	$c_{tipt}$	1.22
Estrechamiento	$\lambda_t$	0.26
Flecha del borde de ataque (°)	$\Lambda_{LEt}$	54
Flecha en la mitad de la cuerda (°)	$\Lambda_{ct/2}$	41
Flecha a un cuarto de cuerda (°)	$\Lambda_{ct/4}$	48
Flecha del borde de salida (°)	$\Lambda_{TEt}$	19
Envergadura expuesta (m)	$b_{et}$	4.34
Superficie expuesta (m <sup>2</sup> )	$S_{et}$	10.56
Superficie mojada (m <sup>2</sup> )	$S_{wett}$	19.88
Diedro (°)	$\Gamma_w$	-3
Incidencia del ala sobre la cola (°)	$i_H$	4
Posición del centro aerodinámico sobre la línea neutra del fuselaje (m)	$z_{CAh}$	-0.22

Tabla 4. Datos del estabilizador horizontal.

DATOS GEOMÉTRICOS DEL ESTABILIZADOR VERTICAL		
	Símbolo	Valor
Envergadura (m)	$h_{tim}$	3.73
Superficie de referencia (m <sup>2</sup> )	$S_{tim}$	9.05
<i>Aspect Ratio</i>	$AR_{tim}$	0.76
Cuerda en la raíz (m)	$c_{rtim}$	4.89
Cuerda media aerodinámica (m)	$c_{mt}$	3.46
Cuerda en la punta (m)	$c_{tipt}$	1.66
Estrechamiento	$\lambda_{tim}$	0.34
Flecha del borde de ataque (°)	$\Lambda_{LEt}$	58
Flecha en la mitad de la cuerda (°)	$\Lambda_{ct/2}$	49
Flecha a un cuarto de cuerda (°)	$\Lambda_{ct/4}$	54
Flecha del borde de salida (°)	$\Lambda_{TEt}$	36
Envergadura expuesta (m)	$b_{et}$	2.92
Superficie expuesta (m <sup>2</sup> )	$S_{et}$	9.12
Superficie mojada (m <sup>2</sup> )	$S_{wett}$	19.5
Posición horizontal del centro aerodinámico desde el CDG (m)	$x_{CAv}$	3.51
Posición del centro aerodinámico sobre la línea neutra del fuselaje (m)	$z_{CAv}$	1.65

Tabla 5. Datos del estabilizador vertical.

En referencia a la superficie de la sección final, ésta corresponde al área conjunta de la sección de cada una de las toberas del motor.

## Simplificaciones y condiciones de vuelo

DATCOM trabaja utilizando en muchas ocasiones métodos semiempíricos para obtener parámetros para las ecuaciones por lo que, de cara a interpretar los gráficos y tablas, se han fijado unas condiciones de vuelo de velocidad y altitud presentadas en la Tabla 6 que permanecen constantes durante el cálculo y se aplican a ambas configuraciones de flecha.

CONDICIONES DE VUELO	
$z(m)$	0
$M$	0.7

Tabla 6. Condiciones de vuelo elegidas.

El valor de altitud de vuelo se ha elegido en base a la altitud razonable de operación de las aeronaves comerciales y procurando que la diferencia con el techo de vuelo no fuese muy elevada. Y, por otra parte, el número de Mach se ha fijado en 0.7 para analizar la dinámica de vuelo en condiciones subsónicas relativamente elevadas. Ambas condiciones se consideran suficientemente representativas del vuelo subsónico estándar

Adicionalmente se deben fijar también valores del coeficiente de sustentación y del ángulo de ataque para poder visualizar valores numéricos de las siguientes derivadas aerodinámicas, pues quedan en función de éstos:  $CL_\alpha$  y  $CM_\alpha$  totales,  $Cl_\beta$  total, el  $\Delta CM$  debido a los *flaps* y todas las derivadas dinámicas.

## Geometría 1: flecha mínima

Se ha empleado para todo el estudio el perfil NACA 64<sub>1</sub>-412 (Render & Walton, 2015), correspondiente al ala en su configuración de máxima envergadura. El estudio de los estabilizadores vertical y horizontal también se ha realizado utilizando este perfil, cuyos coeficientes se encuentran en la Tabla 7 ( $CL_\alpha$  por radián).

Perfil	NACA 64 <sub>1</sub> -412
$CL_\alpha$	6.4171
$CM_0$	-0.0650
Espesor t/c	0.12
$\alpha_0$	-2.6 °

Tabla 7. Datos del perfil del ala.

Se presentan a continuación las derivadas aerodinámicas longitudinales, laterales y de aceleración por radián, cuyo valor numérico se ha obtenido, en el caso de que hubiese dependencia de  $\alpha$  o del CL, aplicando las condiciones de vuelo de la Tabla 8, obtenidas de acuerdo con las ecuaciones 1 y 2 e introduciendo un valor de velocidad angular de cabeceo de 2 grados por segundo.

$$\frac{1}{2} \rho S_w V^2 CL = m_{ref} \cdot g$$

Ecuación 1. Equilibrio de fuerzas verticales.

$$\alpha = \frac{CL}{CL_{\alpha_{WB}}}$$

Ecuación 2. Aproximación del ángulo de ataque.

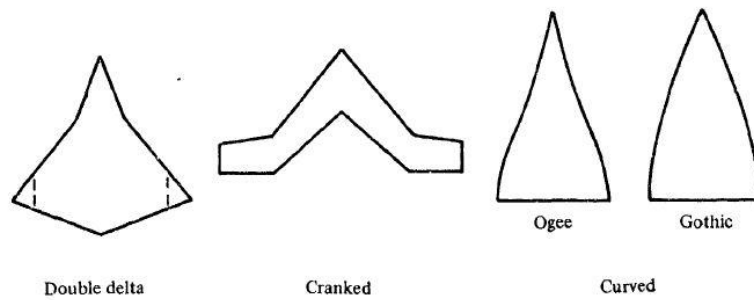
VALORES EN VUELO EQUILIBRADO	
$CL$	0.19
$\alpha$	2.57 °

Tabla 8. Condiciones de equilibrio con envergadura máxima en vuelo horizontal.

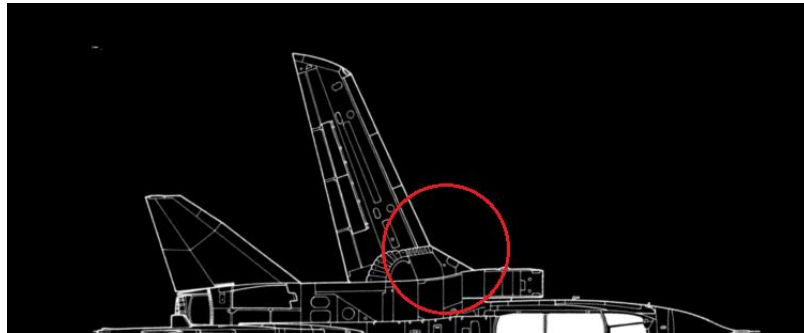
Para el estudio de las derivadas aerodinámicas longitudinales con envergadura máxima se ha clasificado el ala como *cranked-wing*, es decir, ala con cambio de flecha a lo largo de la semienvergadura. Esta consideración debe ser tomada para el estudio, pues DATCOM posee métodos para el cálculo de las derivadas aerodinámicas únicamente de los siguientes tipos de ala:

- *Straight-tapered wings*: véase, alas rectas convencionales sin cambios de flecha.
- *Non straight-tapered wings*: alas no convencionales presentadas en la Figura 6, incluyendo las ya mencionadas *cranked wings*, alas delta doble o curvas.

Como se puede observar en la Figura 7, cuando la flecha del Panavia Tornado es mínima, en el encastre del ala existe un cambio de flecha del borde de ataque, que se ha de tener en cuenta, por lo que, efectivamente, se clasifica el ala en esta configuración como *cranked-wing*.



7. Tipos de Non Straight-Tapered Wings, DATCOM, 4.1.3.2-2, Sketch (a).



8. Cranked wing del Panavia Tornado en su configuración de envergadura máxima.

	DERIVADAS AERODINÁMICAS LONGITUDINALES		
Secciones del avión	$CL_\alpha$	$CM_\alpha$	$CD_0$
Ala	4.2553	-2.1252	0.0076
Fuselaje	0.3806	0.7394	0.0448
Fuselaje-Ala	4.2194	-0.1357	0.0275
<b>TOTAL (Fuselaje-Ala-Cola)</b>	<b>6.5363</b>	<b>-0.9482</b>	<b>0.0334</b>

Tabla 9. Derivadas aerodinámicas longitudinales adimensionales con envergadura máxima.

En primer lugar, cabe destacar que para el cálculo del  $CM_\alpha$  del fuselaje es necesario integrar conociendo la anchura y la desviación de la corriente en función de la coordenada longitudinal  $x$  tal y como se indica en la ecuación 4.2.2.1-a de DATCOM (Finck & Hoak, 1978). No obstante, debido a la imposibilidad de obtener dichas expresiones en función de  $x$ , se divide el fuselaje en 8 secciones de la forma en la que se muestra en la Figura 8, en la cual se muestran en color cian las diferentes divisiones, en color amarillo la ubicación del centroide de cada sección y en color lila el inicio y el final de la cuerda en la raíz expuesta del ala. Se excluye del cálculo la sección del fuselaje correspondiente a dicha cuerda expuesta, véase, la zona del encastre del ala situada entre las rectas lila, y se obtiene la integral como sumatorio de términos entre la coordenada  $x = 0$ , correspondiente al inicio del morro del avión, y  $x = l_B$ , correspondiente al final del fuselaje.



9. Divisiones del fuselaje para el cálculo de  $CM_\alpha$ .

Por otra parte, para el cálculo del coeficiente de resistencia parásita  $CD_0$  se requiere del conocimiento del material de las diferentes partes del avión, pues la rugosidad, representada por el factor  $k$  que aparece en el método, depende de éste.

$$k = 0.16 \cdot 10^{-3} \text{ in} = 4.06 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Se ha elegido el valor de  $k$  correspondiente a la chapa de metal natural. Cabe destacar que, para simplificar el estudio se ha tomado este mismo valor de rugosidad para todo el avión, incluidas las partes de materiales vítreos como la cabina o las partes con otros metales como las toberas de los motores.

Secciones del avión	DERIVADAS AERODINÁMICAS LATERALES		
	$CY_\beta$	$CL_\beta$	$Cn_\beta$
<b>Ala</b>	-0.0171	0.0027	0.0010
<b>Fuselaje-Ala</b>	-0.0883	0.0313	-0.1372
<b>TOTAL (Fuselaje-Ala-Cola)</b>	-0.6702	-0.0311	0.0097

Tabla 10. Derivadas aerodinámicas laterales adimensionales con envergadura máxima.

-El efecto de la cola sobre el fuselaje y, por ende, sobre el total, se estudia de forma incremental, es decir: el  $CL_\alpha$ ,  $CM_\alpha$ ,  $CY_\beta$ ... del empenaje horizontal se añaden a los calculados del Fuselaje-Ala. Además, cabe recalcar que se ha considerado como ala recta el estabilizador vertical, por lo que el modo de calcular su  $CL_\alpha$  difiere del utilizado para el ala.

Por otro lado, el  $CL_\alpha$  combinando efectos del ala y del fuselaje depende en gran medida del  $CL_\alpha$  del morro del avión, por lo que se toma  $CL_{\alpha\_Nose} = 2$  por radián como aproximación (Finck & Hoak, 1978, págs. 4.3.1.2-4).

Finalmente, en la Tabla 11 se muestran los resultados de las derivadas aerodinámicas dinámicas.

DERIVADAS AERODINÁMICAS DINÁMICAS	
Referentes al cabeceo	
$CL_q$	8.3645
$CM_q$	-7.3915
$CD_q$	-0.0075
Referentes al alabeo	
$CY_p$	0.1072
$Cl_p$	-0.3341
$Cn_p$	$-0.0248 - 0.00004 \delta_F$
Referentes a la guiñada	
$CY_r$	0.2996
$Cl_r$	0.0808
$Cn_r$	-0.0904
Longitudinales de aceleración	
$CL_{\dot{\alpha}}$	4.9062
$CM_{\dot{\alpha}}$	-17.918
$CD_{\dot{\alpha}}$	-0.0022
Laterales de aceleración	
$CY_{\dot{\beta}}$	-0.0703
$Cl_{\dot{\beta}}$	-0.0173
$Cn_{\dot{\beta}}$	0.0181

Tabla 11. Derivadas aerodinámicas dinámicas adimensionales con envergadura máxima

En este caso, aunque se muestran únicamente los resultados finales, el cálculo se realiza, al igual que en las derivadas longitudinales y laterales, por partes de la aeronave, y cabe añadir que los efectos de la interacción del fuselaje y el ala sobre  $CY_p$ ,  $Cl_p$ ,  $Cn_p$ ,  $CY_r$ ,  $Cl_r$  y  $Cn_r$  son despreciables, así como la contribución del ala al  $CD_{\dot{\alpha}}$ .

Por otra parte, aunque las derivadas se expresan por radián,  $Cn_r$  depende del ángulo de deflexión de los *flaps* y éste se ha de introducir en grados.

## Geometría 2: flecha máxima

Análogamente, en este apartado se presentan tabulados los valores de todas las derivadas aerodinámicas pero correspondientes a la flecha máxima. No obstante, y como se puede observar en la Figura 9, el método de obtención de los coeficientes relativos al ala variará, pues tras aumentar la flecha, el cambio de ésta en el encastre ya no es tan notable como para clasificar el ala como *cranked wing*, por lo que los cálculos utilizados corresponden a los de un ala del tipo *straight-tapered*.



10. Ala recta del Panavia Tornado en su configuración de flecha máxima

CONDICIONES DE VUELO	
$CL$	0.19
$\alpha$	2.99 °

Tabla 12. Condiciones de equilibrio con flecha máxima en vuelo horizontal.

Por otra parte, los valores de  $CL$  y de  $\alpha$  con los que se obtienen valores numéricos de las derivadas aerodinámicas se calculan siguiendo las mismas ecuaciones utilizadas en el apartado anterior, 1 y 2, y haciendo uso de los procedimientos de la sección *Characteristics at Angle of Attack* de DATCOM aplicados a un ala recta, se consiguen las derivadas aerodinámicas longitudinales.

Se presentan los resultados en las siguientes tablas, expresándose las derivadas por radián.

	DERIVADAS AERODINÁMICAS LONGITUDINALES		
Secciones del avión	$CL_\alpha$	$CM_\alpha$	$CD_0$
Ala	2.0305	-1.0744	0.0040
Fuselaje	0.3806	0.3521	0.0458
Fuselaje-Ala	3.6226	-1.1916	0.0190
TOTAL (Fuselaje-Ala-Cola)	4.0548	-0.0671	0.0246

Tabla 13. Derivadas aerodinámicas longitudinales adimensionales con flecha máxima.

De igual manera, pero con la sección *Characteristics in Sideslip*, se obtienen las derivadas aerodinámicas laterales adimensionales por radián.

	DERIVADAS AERODINÁMICAS LATERALES		
Secciones del avión	$CY_\beta$	$Cl_\beta$	$Cn_\beta$
Ala	-0.0007	-0.1378	0.0062
Fuselaje-Ala	-0.0883	-0.0808	-0.2544
TOTAL (Fuselaje-Ala-Cola)	-0.7321	-0.2065	0.0469

Tabla 14. Derivadas aerodinámicas laterales adimensionales con flecha máxima.

El efecto de la cola sobre el fuselaje y, por ende, sobre el total, se estudia de forma incremental; se calculan sus efectos por separado y se añaden al conjunto de fuselaje y ala.

Y a continuación, se presentan los resultados obtenidos vía la sección *Dynamic Derivatives*.

Cabe destacar que los efectos del fuselaje sobre las derivadas dinámicas referentes al alabeo y a la guiñada se han considerado despreciables, tal y como lo indica el manual, por tanto, los efectos del conjunto ala-fuselaje se reducen al ala únicamente.

De igual modo, se desprecia el efecto del ala sobre  $CD_{\dot{\alpha}}$ , pues su efecto sobre la estabilidad longitudinal es mínimo.

DERIVADAS AERODINÁMICAS DINÁMICAS	
Referentes al cabeceo	
$CL_q$	3.3768
$CM_q$	-3.2061
$CD_q$	-0.0011
Referentes al alabeo	
$CY_p$	0.7354
$Cl_p$	-0.1197
$Cn_p$	-0.1423
Referentes a la guiñada	
$CY_r$	0.6166
$Cl_r$	0.1556
$Cn_r$	-0.2952
Longitudinales de aceleración	
$CL_{\dot{\alpha}}$	7.6758
$CM_{\dot{\alpha}}$	-3.3767
$CD_{\dot{\alpha}}$	0.0031
Laterales de aceleración	
$CY_{\dot{\beta}}$	-0.3780
$Cl_{\dot{\beta}}$	-0.1723
$Cn_{\dot{\beta}}$	0.1810

Tabla 15. Derivadas aerodinámicas dinámicas adimensionales con flecha máxima

Como se puede observar, la dependencia de la deflexión de los *flaps* en el coeficiente  $Cn_r$  desaparece, pues, como se explica en el apartado de dispositivos hipersustentadores, los *flaps* no se activan cuando el Tornado vuela en configuración de flecha máxima.

## Inercias

Es necesario, de cara al análisis, obtener, además, los valores de las inercias alrededor de los tres ejes cuerpo de la aeronave, por lo que es menester conocer los valores de masa y posición  $x$ ,  $y$  y  $z$  de cada elemento del avión. No obstante, debido a la gran cantidad de partes que componen la aeronave y su complejidad en cuanto a geometría y material, queda fuera del alcance de este estudio el determinar estos valores.

En consecuencia, se trabaja de forma simplificada y, de forma análoga al cálculo de las derivadas aerodinámicas, se divide el avión en una serie de partes principales: ala, fuselaje, estabilizadores horizontal y vertical y motores, de las cuales se obtiene su masa y su posición.

Para determinarlas se utiliza como base para el cálculo la superficie mojada total del avión, es decir, la suma de las superficies mojadas de cada una de las secciones. Teniendo los datos de dichas áreas



mojadas se puede determinar la proporción que representan respecto a la total, por lo que, asumiendo varias simplificaciones, se obtiene la masa de cada sección multiplicando dichas proporciones por la masa total, correspondiente al OEW sin el 90% del peso de los motores, pues de la bibliografía se puede conocer y aproximadamente sólo el 10% de este peso queda en el exterior de la aeronave. Este procedimiento se indica en la ecuación 3, en la cual el subíndice  $i$  se sustituye por la parte que se quiera estudiar.

$$m_i = \frac{S_{wet\_i}}{S_{wet\_TOTAL}} (OEW - 0.9 \cdot m_{Mot})$$

*Ecuación 3. Expresión de obtención de la masa de cada sección del avión.*

Como indicativo, las simplificaciones asumidas son:

- Se considera la densidad uniforme en toda la aeronave y el mismo material en cada componente.
- El 10% de la masa de los motores se reparte equitativamente entre las masas del resto de componentes.
- Se calcula la inercia del avión vacío, sin carga variable.

Por otra parte, cabe destacar que las ubicaciones de los centroides de cada sección se obtienen utilizando la herramienta “Centro geométrico” de AutoCAD 2018.

Asimismo, en la Tabla 16 se muestran los datos de masas y superficies mojadas de cada parte utilizados en los cálculos.

DATOS PARA EL CÁLCULO DE LAS INERCIAS VÍA DATCOM			
Motores	$m_{mot. \text{ en total (kg)}}$	2 637	
Superficie mojada	$S_{wet\_TOTAL} (m^2)$	165.5	163.2
Ala	$m_{Ala} (kg)$	2756.5	
	$S_{wet\_Ala} (m^2)$	39.4	37.1
Estabilizador horizontal	$m_{Est.Hor.} (kg)$	1 477.1	
	$S_{wet\_Est.Hor.} (m^2)$	19.9	
Estabilizador vertical	$m_{Est.Vert.} (kg)$	1 448.9	
	$S_{wet\_Est.Vert.} (m^2)$	19.5	
Fuselaje	$m_{Fus.} (kg)$	6 444.3	
	$S_{wet\_Fus.} (m^2)$	86.7	

*Tabla 16. Masa y superficie de las partes principales del avión.*

Paralelamente, se hace uso del procedimiento presente en el libro (Raymer, 2012, págs. 443, 444) probado como adecuado académicamente en la asignatura 11889 del grado de Ingeniería Aeroespacial de la UPV, curso 2020-2021. Se utilizan para ello los valores mostrados en la Tabla 17, correspondientes a un avión de caza del tipo reactor, y se realiza una media aritmética entre los valores de inercias obtenidos con ambos métodos.

TIPO DE AVIÓN	$R_X$	$R_Y$	$R_Z$
Avión de caza (reactor)	0.266	0.346	0.400

*Tabla 17. Parámetros inerciales del avión.*

Los resultados de los cálculos se recopilan en la Tabla 18.

INERCIAS		
DATCOM		
	Flecha mínima	Flecha máxima
$I_{OX} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	48 170.1	26 667.6
$I_{OY} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	93 557	104 923
$I_{OZ} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	129 227	118 917
P. RAYMER		
$I_{OX} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	49 627.9	14 427.6
$I_{OY} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	121 320	121 300
$I_{OZ} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	544 154	340 233
VALORES DEFINITIVOS: MEDIA		
$I_{OX} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	48 899	20 547.6
$I_{OY} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	107 439	113 122
$I_{OZ} \text{ (kg}\cdot\text{m}^2\text{)}$	336 691	229 575

Tabla 18. Momentos de inercia del Panavia Tornado.

## Efecto de los dispositivos hipersustentadores

El efecto de la deflexión de los *flaps*, únicamente simétrica, ha de ser tenido en cuenta también a la hora de estudiar la dinámica de vuelo, pues se requiere que la aeronave sea estable en vuelo sea cual sea su configuración y su etapa de la misión.

La falta de datos fiables concernientes a los dispositivos hipersustentadores del Panavia Tornado dificulta el estudio de esta sección, no obstante, tal y como se observa en la Figura 10 y como se puede apreciar en archivos multimedia de otras fuentes (Ltd., 2017), se puede determinar que los flaps que posee este caza son del tipo *Double-Slotted Fowler*.



11. Deflexión completa de los flaps del Tornado (Domke, 1990)

Se trata por tanto de un dispositivo de dos etapas: una pequeña superficie que, totalmente desplegada, queda junto al borde de fuga del perfil y otra superficie que se despliega a partir de la primera, con deflexiones de 15° y 30° respectivamente. Por consiguiente, se estudian las características aerodinámicas con una deflexión de 45°.

Las medidas geométricas de los *flaps* se obtienen utilizando conjuntamente la Figura 10 y los planos de la aeronave, haciendo uso de proporciones y de las herramientas que ofrece AutoCad 2018.

Por otra parte, a diferencia de los *flaps* que únicamente se pueden desplegar simétricamente, los *spoilers* sí pueden operar de forma asimétrica, utilizándose habitualmente de forma asimétrica como aerofrenos durante el aterrizaje o de forma antisimétrica como complemento al alabeo durante el vuelo. Por ello, el método de cálculo es distinto y la deflexión máxima considerada para el *spoiler* es también de 45°.

A continuación, en la Tabla 19 se recogen los datos geométricos de los dispositivos hipersustentadores, y en la Tabla 20, los efectos sobre las derivadas aerodinámicas.

DATOS DE LOS DISPOSITIVOS HIERSUSTENTADORES		
FLAPS		
Tipo de <i>flaps</i>		<i>Double-slotted flap</i>
Deflexión máxima	$\delta_{f\_max}$	45°
Cuerda de la primera etapa del <i>flap</i>	$c_{f1}$	0.32 m
Deflexión de la primera etapa del <i>flap</i>	$\delta_{f1}$	15°
Cuerda de la segunda etapa del <i>flap</i>	$c_{f2}$	1.08 m
Deflexión de la segunda etapa del <i>flap</i>	$\delta_{f2}$	30°
SPOILERS		
Tipo de <i>spoiler</i>		Plano
Deflexión máxima	$\delta_{sp\_max}$	45°
Cuerda del <i>spoiler</i>	$c_{sp}$	0.28 m

Tabla 19. Datos de los dispositivos hipersustentadores.

EFECTO DE LOS <i>FLAPS</i>	
DEFLEXIÓN SIMÉTRICA DE 45°	
Perfil	
$\Delta CL$	3.9406
$\Delta CM$	1.5139
Ala	
$\Delta CL$	1.8475
$\Delta CM$	0.3576
EFECTO DE LOS <i>SPOILERS</i>	
DEFLEXIÓN ASIMÉTRICA DE 45°	
$\Delta Cl$	0.0126
$\Delta Cn$	0.13
$\Delta CY$	despreciable

Tabla 20. Efecto de los dispositivos hipersustentadores sobre los coeficientes aerodinámicos.

A falta de datos fiables acerca de los dispositivos hipersustentadores del borde de ataque del ala, se han omitido del estudio, centrándolo en los *flaps* y los *spoilers*.

Como se puede apreciar, no se muestran los resultados de los incrementos de  $CL$  y  $CM$  de los *flaps* cuando el ala se encuentra en configuración de flecha máxima. Esto se debe a que cuando el Panavia Tornado adquiere esta configuración alar, lleva una velocidad muy elevada, por lo que los *flaps* no se suelen desplegar en ese momento. Es durante el despegue y el aterrizaje cuando el avión extrae los dispositivos hipersustentadores y es también en esas dos situaciones cuando el avión adquiere la configuración de envergadura máxima.

Se omite además la contribución del momento de bisagra del *flap* al  $CM_\alpha$  y se desprecia el efecto de los *spoilers* sobre la fuerza lateral.

$$\Delta CY_{spoilers} \approx 0$$

## Efecto de la planta motriz

Los motores tienen también su efecto sobre las derivadas aerodinámicas. Dependiendo de cómo sea la entrada al motor y la salida puede afectar contribuyendo a la sustentación vía una componente del vector empuje, puede incrementar el efecto de la fuerza lateral también con una componente de fuerza en dirección normal al empuje o los gases de salida pueden causar un efecto inducido sobre el empenaje trasero o incluso sobre la propia ala.

Principalmente, en el caso del Panavia Tornado, el efecto más importante causado por los motores sobre el coeficiente de sustentación viene del ángulo efectivo de la corriente incidente a la entrada de los difusores y no tanto por los gases salientes de las toberas, pues estas se sitúan tras el fuselaje, haciendo que el efecto inducido sobre el empenaje trasero sea mínimo.

Por ello y para considerar el primer efecto mencionado, es necesario conocer algunos datos del motor relativos a la entrada de flujo, que se recogen en la Tabla 21.

DATOS DE LA ENTRADA DEL MOTOR		
Área de entrada del motor	$A_{inlet}$	0.35 m <sup>2</sup>
Ángulo de entrada al difusor	$\epsilon_u$	4.94 °
Ángulo de la corriente entrante al motor	$\alpha_j$	$\epsilon_u + \alpha$
Altura del motor sobre la línea neutra del avión	$z_T$	0 m

Tabla 21. Datos de la entrada del motor.

La altura a la cual se sitúa el vector empuje sobre o por debajo de la línea neutra del empuje influye en el coeficiente de momento, no obstante, para este estudio se ha elegido la línea neutra del fuselaje de forma que coincida direccionalmente con el vector empuje y que no tenga diferencia de coordenada  $z$  respecto al centro de gravedad, desde el cual se toman los momentos.

También la resistencia total se ve afectada por la presencia de los motores, y su influencia es distinta según si están en marcha o están parados. El cálculo de su efecto requiere de la obtención de la resistencia inducida del avión pues, como indican la Ecuación 6, la resistencia total del avión con los motores en marcha depende de la resistencia total del mismo con los motores apagados, por lo que únicamente con el valor de resistencia parásita no se puede operar como es debido.

$$CD_{PowerOFF} = CD_{0\_Total} + \frac{CL^2}{\pi \cdot AR_w \cdot e_o}$$

Ecuación 4. Definición de Coeficiente de Resistencia con los motores parados.

Tal y como se indica, la expresión del coeficiente de resistencia con los motores apagados es dependiente del  $CL$ , del  $CD_{0\_Total}$  (considerando ala, fuselaje y cola) y del factor de Oswald,  $e_o$ , involucrado en el término de resistencia inducida. Para calcularlo se utiliza la Ecuación 5 (Hull, 2007), con base estadística, con la flecha en el cuarto de cuerda en radianes, y variará según la configuración alar.

$$e_o = (1 - 0.0045 \cdot AR_w^{0.68}) \cdot (1 - 0.227 \cdot \Lambda_{c/4}^{1.615})$$

Ecuación 5. Factor de Oswald según David Hull.

Por otra parte, para el cálculo de la resistencia con los motores encendidos, se multiplica el  $CD_{PowerOFF}$  por un término que recopila las contribuciones del empuje a la sustentación y de la desviación de la corriente a la sustentación, representadas por los términos  $(\Delta CL)_T$  y  $(\Delta CL)_{N_j}$  respectivamente.

$$CD_{PowerON} = CD_{PowerOFF} \left( \frac{CL - (\Delta CL)_T - (\Delta CL)_{N_j}}{CL} \right)$$

Ecuación 6. Definición de Coeficiente de Resistencia con los motores en marcha.

En resumen, la geometría alar también afecta a la resistencia aportada por los motores, por ende, se incluye su efecto clasificado en la Tabla 22.

EFECTO DE LOS MOTORES		
	Flecha mínima	Flecha máxima
$\Delta CL_{mot}$	0.0085	0.0085
$\Delta CM_{mot}$	0.0109	0.0050
$CD_{PowerOFF}$	0.0357	0.0361
$CD_{PowerON}$	0.0344	0.0348
$e_o$	0.9351	0.7163

Tabla 22. Efecto de los motores sobre los coeficientes aerodinámicos.

Cabe recalcar que los coeficientes de resistencia son totales, no parásitos, y el  $CL$  y el ángulo de ataque utilizados son aquellos definidos en los apartados de definición de geometrías.

Finalmente, los coeficientes de sustentación y de momento de cabeceo se obtienen según las siguientes expresiones.

$$CL = CL_{\alpha} \alpha + \Delta CL_{mot}$$

Ecuación 7. Definición de Coeficiente de Sustentación incluyendo el efecto de los motores.

$$CM = CM_{\alpha} \alpha + \Delta CM_{mot}$$

Ecuación 8. Definición de Coeficiente de Momento incluyendo el efecto de los motores.

## Estudio

El presente apartado se realiza un análisis lineal de la estabilidad del Panavia Tornado partiendo de los valores de derivadas aerodinámicas. Se estudian los fenómenos de autorrotación y de acoplamiento inercial alabeo, pues son problemas de estabilidad comunes en aviones de caza.

Como base del estudio se utilizan las doce ecuaciones de la mecánica de vuelo, también llamadas *ecuaciones de Bryan*, que caracterizan el movimiento de un avión rígido, citadas a continuación.

$$[1B] \quad m \left( \frac{du}{dt} + q \cdot w - r \cdot v \right) = F_{Tx} + X_a - mg \sin \theta$$

$$[2B] \quad m \left( \frac{dv}{dt} + r \cdot u - p \cdot w \right) = F_{Ty} + Y_a - mg \cos \theta \sin \phi$$

$$[3B] \quad m \left( \frac{dw}{dt} + p \cdot v - q \cdot u \right) = F_{Tz} + Z_a - mg \cos \theta \cos \phi$$

$$[4B] \quad \frac{dp}{dt} = \frac{I_{zz}}{A} L + \frac{I_{xz}}{A} N + \frac{I_{xz} \cdot (I_{zz} - I_{yy} + I_{zz})}{A} p \cdot q + \frac{I_{zz} \cdot (I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2}{A} r \cdot q$$

$$[5B] \quad \frac{dq}{dt} = \frac{M}{I_{yy}} + \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} p \cdot r + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r^2 - p^2)$$

$$[6B] \quad \frac{dr}{dt} = \frac{I_{xx}}{A} N + \frac{I_{xz}}{A} L + \frac{(I_{xx} - I_{yy}) \cdot I_{xx} + I_{xz}^2}{A} p \cdot q + \frac{I_{xz} \cdot (I_{yy} - I_{xx} + I_{zz})}{A} r \cdot q$$

$$\text{Siendo } A = (I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2)$$

$$[7B] \quad p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta$$

$$[8B] \quad q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi$$

$$[9B] \quad r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi$$

$$[10B] \quad \frac{dx}{dt} = u (\cos \psi \cos \theta) + v (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi) + w (\sin \theta \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)$$

$$[11B] \quad \frac{dy}{dt} = u (\cos \theta \sin \psi) + v (\cos \psi \cos \phi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi) + w (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi)$$

$$[12B] \quad \frac{dz}{dt} = -u \sin \theta + v (\cos \theta \sin \phi) + w (\cos \theta \cos \phi)$$

*Ecuación 9. Colección de las 12 ecuaciones de Bryan en un sistema de ejes cuerpos.*

Las ecuaciones [1B], [2B] y [3B] representan las fuerzas, las [4B], [5B] y [6B] los momentos; las relaciones entre ángulos de Euler se muestran en la [7B], la [8B] y la [9B] y las ecuaciones cinemáticas son la [10B], la [11B] y la [12B].

Cabe recalcar que las hipótesis tomadas para enunciar las 12 ecuaciones tal y como se ha hecho son las siguientes:

- La distancia entre dos puntos del avión permanece constante, véase, se considera un sólido rígido.

- Las fuerzas másicas no generan momentos, pues las ecuaciones tienen como origen el centro de gravedad.
- La influencia del giro de la tierra se considera despreciable.
- Aire en calma; ausencia de viento.
- Atmósfera en calma y sin turbulencia
- El plano de simetría del avión permite despreciar los productos de inercia  $I_{xy}$  e  $I_{yz}$ .
- No se considera la inercia rotatoria debida a los ejes de los motores.
- La masa del avión permanece constante.

Paralelamente, se han de definir las ecuaciones de relación entre las velocidades en ejes cuerpo y los ángulos aerodinámicos, pues son los verdaderamente interesantes de cara al estudio:  $\alpha$  y  $\beta$ . Son las ecuaciones de obtención de la velocidad en coordenadas polares.

$$u = V \cdot \cos \alpha \cos \beta$$

*Ecuación 10. Velocidad longitudinal en función de los ángulos de ataque y derrape.*

$$v = V \cdot \sin \beta$$

*Ecuación 11. Velocidad lateral en función de los ángulos de ataque y derrape.*

$$w = V \cdot \sin \beta \cos \beta$$

*Ecuación 12. Velocidad vertical en función de los ángulos de ataque y derrape.*

Estas ecuaciones constituyen la base teórica para el estudio de los fenómenos interesantes en este documento.

## Autorrotaciones

Las autorrotaciones son inestabilidades en vuelo que afectan generalmente a las aeronaves de combate. Se trata de una consecuencia no lineal pero coherente con las ecuaciones de la dinámica de vuelo, consistente en la adquisición de velocidad angular de alabeo al actuar sobre controles longitudinales como el timón de profundidad, que a priori no deberían afectar sobre la dinámica lateral. Se produce un momento que favorece al alabeo que supera al momento amortiguador, lo que causa el giro continuo.

Para poder estudiar si el Tornado puede padecer este fenómeno, se establecen una serie de hipótesis sobre el sistema de ecuaciones de la mecánica de vuelo:

- La aceleración tangencial  $\delta V / \delta t$  no se considera, por lo que la ecuación de las fuerzas longitudinales se omite.
- Se desprecian los términos gravitatorios ( $g/V$  pequeño).
- Las variables  $\delta a \delta t$ ,  $\delta \beta \delta t$ ,  $\delta r \delta t$ ,  $\delta q \delta t$  e  $I_{xz}$  se consideran estacionarias y se anulan.
- Las ecuaciones cinemáticas y las relaciones de Euler no se utilizan.
- El producto entre  $q$  y  $r$  se omite.
- Los valores de los controles se establecen como incrementos a partir de las condiciones de equilibrio.

Teniéndolas en cuenta, se utilizan las ecuaciones del momento de guiñada [6B], del momento de cabeceo [5B], de la sustentación [3B] y de la fuerza lateral [2B] para despejar  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $q$  y  $r$ , las variables del problema, y se sustituyen en la ecuación de momento de alabeo. Se reúnen, además, la presión dinámica, el momento de inercia  $I_{xx}$ , la envergadura y la velocidad angular de alabeo  $\delta p \delta t$  en un

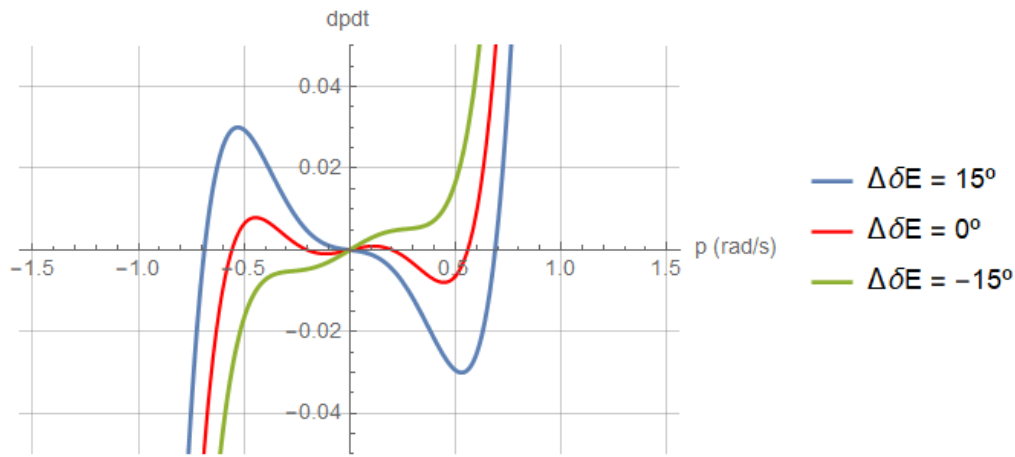
mismo símbolo,  $dpdt$ , con constantes involucradas en modo producto, siendo el resultado la Ecuación 13.

$$dpdt = Cl_{\delta_R} \cdot \Delta\delta_R + Cl_{\delta_A} \cdot \Delta\delta_A + Cl_{\beta} \cdot \beta + \frac{b_w Cl_p}{2V} \cdot p + \frac{b_w Cl_r}{2V} r$$

Ecuación 13. Definición de la aceleración angular de alabeo con término inercial intrínseco.

Para este estudio  $Cl_{\delta_A} = 0$  dado que el Tornado no posee alerones y  $Cl_{\delta_R} = Cl_{\beta_{Est.Vert.}}$  ya que el empenaje del avión se mueve de una sola pieza.

Desarrollando la expresión se llega a una expresión polinómica de grado 5 en función de  $\Delta\delta_E$  y  $\Delta\delta_R$ , de la cual se conoce que  $p = 0 \text{ rad/s}$  es una solución y cuyas otras cuatro raíces, de no ser imaginarias, son las que producen las autorrotaciones. Para detectarlas, se anula el control de dirección  $\Delta\delta_R$  y se representa  $dpdt$  en función de  $p$ , tal y como muestra la Figura 11.



12. Autorrotaciones con envergadura máxima.

De las tres deflexiones fijas del empenaje, únicamente la deflexión negativa de  $15^\circ$  corta en un solo punto el eje de  $dpdt = 0$ , cuando la velocidad angular es nula; las deflexiones correspondientes a  $0^\circ$  la corta en seis puntos y la de  $15^\circ$  en dos. Estos puntos de corte son:

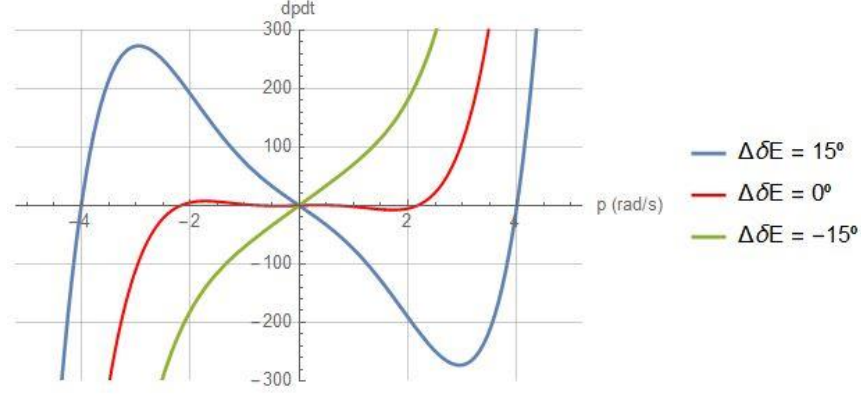
- Con  $\Delta\delta_E = 0^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = 0.56 \text{ rad/s}, p_2 = -0.56 \text{ rad/s}, p_3 = 0.20 \text{ rad/s}, p_4 = -0.20 \text{ rad/s} \}$
- Con  $\Delta\delta_E = 15^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = 0.69 \text{ rad/s}, p_2 = -0.69 \text{ rad/s}, p_3 = 0.12i \text{ rad/s}, p_4 = -0.12i \text{ rad/s} \}$
- Con  $\Delta\delta_E = -15^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = (-0.39 - 0.17i) \text{ rad/s}, p_2 = (-0.39 + 0.17i) \text{ rad/s}, p_3 = (0.39 - 0.17i) \text{ rad/s}, p_4 = (0.39 + 0.17i) \text{ rad/s} \}$

Esto significa que, sin modificar ningún tipo de control ( $\Delta\delta_R = \Delta\delta_E = 0$ ) y en vuelo equilibrado, el Panavia Tornado en su configuración de envergadura máxima experimenta autorrotaciones con velocidades angulares de  $0.20 \text{ rad/s}$  y  $0.56 \text{ rad/s}$ . No obstante, no todos estos puntos son estables, pues los puntos intermedios, véase, situados entre el 0 y otro punto, no lo son.



En cambio, con deflexiones de  $15^\circ$  y  $-15^\circ$  aparecen soluciones imaginarias, que, al no ser reales, no representan autorrotaciones; sólo con deflexión de  $15^\circ$  aparecen dos raíces reales, luego con esta deflexión también se da este fenómeno.

Por otra parte, para analizar el comportamiento con geometría de flecha máxima se adjunta la Figura 12, cuyos rangos de representación se ajustan para la visualización de resultados.

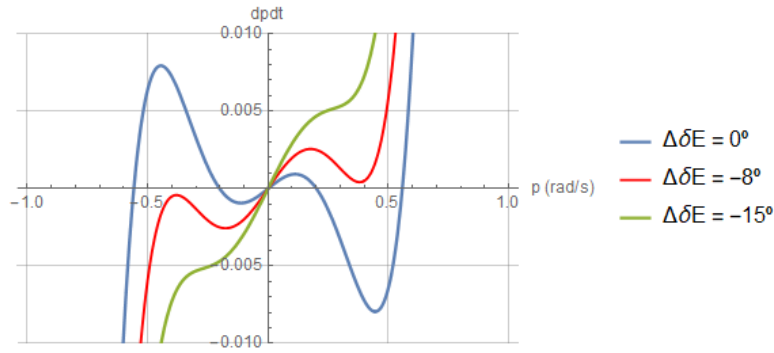


13. Autorrotaciones con flecha máxima.

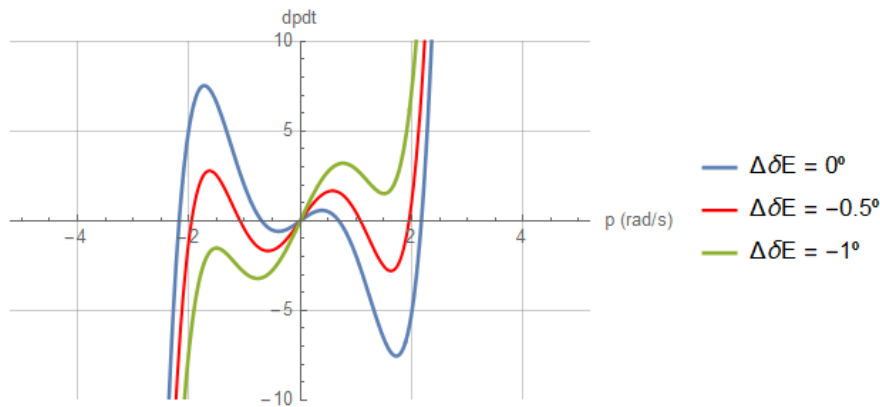
Como se puede observar, la estabilidad referente a autorrotaciones sigue un patrón similar al caso de envergadura máxima, pero con valores de velocidad angular mucho más exagerados.

- Con  $\Delta\delta_E = 0^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = -2.17 \text{ rad/s}, p_2 = 2.17 \text{ rad/s}, p_3 = 0.69 \text{ rad/s}, p_4 = 0.69 \text{ rad/s} \}$
- Con  $\Delta\delta_E = 15^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = -4 \text{ rad/s}, p_2 = 4 \text{ rad/s}, p_3 = -1.99i \text{ rad/s}, p_4 = 1.99i \text{ rad/s} \}$
- Con  $\Delta\delta_E = -15^\circ \rightarrow \{ p_0 = 0 \text{ rad/s}, p_1 = (-1.92 - 2.13i) \text{ rad/s}, p_2 = (-1.92 + 2.13i) \text{ rad/s}, p_3 = (1.92 - 2.13i) \text{ rad/s}, p_4 = (1.92 + 2.13i) \text{ rad/s} \}$

En resumen, con las condiciones de vuelo elegidas y en ambas configuraciones alares, la deflexión negativa del timón de profundidad no conlleva autorrotaciones cuyo valor límite de estabilidad se sitúa en  $\Delta\delta_E \approx -8^\circ$  con flecha mínima, o en  $\Delta\delta_E \approx -0.5^\circ$  con flecha máxima (Figuras 13 y 14). Consecuentemente se deduce que, en vuelo equilibrado y sea cual sea la flecha alar, una deflexión del empenaje horizontal inferior a  $-8^\circ$  garantiza la no aparición de autorrotaciones, hecho que no se prueba con deflexiones nulas o positivas.



14. Autorrotaciones nulas con deflexión de  $-8^\circ$  con envergadura máxima.



15. Autorrotaciones nulas con deflexión de  $-0.5^\circ$  con flecha máxima.

## Acoplamiento inercial por alabeo

El acoplamiento inercial por alabeo es un problema de estabilidad que históricamente empezó a manifestarse en aeronaves, comúnmente de combate, conforme el diseño de estas evolucionaba hacia el aumento de la delgadez del ala y la concentración de la masa de la aeronave sobre el fuselaje. Esta tendencia provocaba que el momento de inercia  $I_{XX}$  disminuyese respecto de  $I_{YY}$  e  $I_{ZZ}$ , causando un aumento todos los términos de inercias relativas y, que con velocidades de alabeo  $\dot{p}$  distintas de cero, se acoplasen las ecuaciones longitudinales y las lateral-direccionales.

Naturalmente, como el Panavia Tornado es una aeronave de combate de los años 70 y, tal y como se puede observar en la Tabla 18, sus momentos de inercia cumplen con la tendencia de diseño mencionada, se hace necesario estudiar el efecto de este fenómeno.

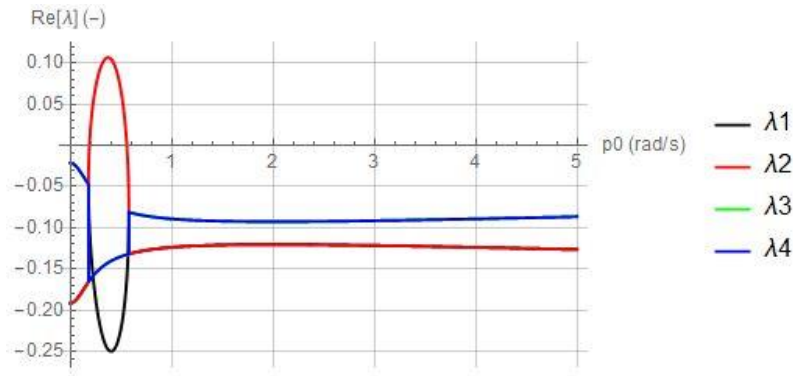
Para hacerlo, en primer lugar, se define la matriz del sistema homogéneo de acuerdo con la Ecuación 14.

$$MSH = \begin{pmatrix} -\frac{CL_\alpha S_w V_0 \rho}{2m} & p_0 & 1 & 1 \\ p_0 & \frac{CY_\beta S_w V_0 \rho}{2m} & 0 & -1 \\ \frac{CL_\alpha c_w S_w V_0^2 \rho}{2I_{YY}} & 0 & \frac{CM_q c_w^2 S_w V_0 \rho}{4I_{YY}} & \frac{(-I_{XX} + I_{ZZ})p_0}{I_{YY}} \\ 0 & \frac{CN_\beta b_w S_w V_0^2 \rho}{2I_{ZZ}} & \frac{(I_{XX} - I_{ZZ})p_0}{I_{ZZ}} & \frac{CN_r b_w^2 S_w V_0 \rho}{4I_{ZZ}} \end{pmatrix}$$

Ecuación 14. Matriz del sistema homogéneo.

Como se puede observar, con  $p_0$  no nulas, en las cuatro ecuaciones están acopladas la dinámica longitudinal y la lateral-direccional, pues se combinan derivadas aerodinámicas referentes al cabeceo y la guiñada.

En segundo lugar, se sustituyen los términos de la MSH por sus correspondientes valores numéricos y se obtienen sus valores propios en función de  $p_0$ . Los resultados se grafican en las Figuras 15 y 16, que muestran la parte real de los autovalores ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  y  $\lambda_4$ ) en el eje de ordenadas y los valores de  $p_0$  en radianes por segundo en el eje de abscisas para las configuraciones de flecha mínima y máxima.



16. Parte real de los autovalores en función de  $p_0$  con geometría de envergadura máxima.

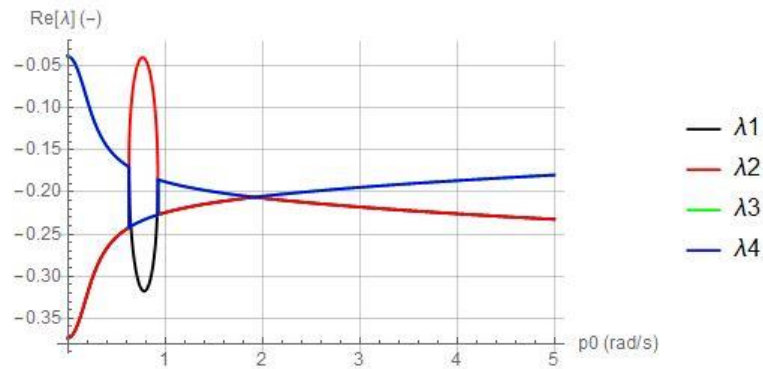
Visiblemente el segundo autovalor corta el eje de abscisas en dos puntos, los cuales corresponden a las siguientes velocidades angulares:

$$\{ p_{01} = 0.56 \text{ rad/s}, p_{02} = -0.56 \text{ rad/s}, p_{03} = 0.19 \text{ rad/s}, p_{04} = -0.19 \text{ rad/s} \}$$

Estas velocidades delimitan un rango en el cual la parte real de los autovalores se vuelve positiva, haciendo que las variables del problema, véase:  $\alpha, \beta, q$  y  $r$ , es decir, ángulo de ataque, ángulo de derrape, velocidad de cabeceo y velocidad de guiñada, diverjan con el tiempo. En consecuencia, se puede asumir que cuando la velocidad de alabeo se sitúa entre 0.19 y 0.56 radianes por segundo, el Panavia Tornado en su configuración de envergadura máxima volando según las condiciones de vuelo establecidas es inestable si carece de un control que supla este problema.

Cabe destacar, además, que ambos valores tienen contraparte negativa, pues la inestabilidad no puede depender del sentido de giro.

Por el contrario, si se observa la Figura 16 correspondiente a la configuración de flecha máxima, no existe ninguna velocidad angular de alabeo real que implique una pérdida de la estabilidad, pues en ningún punto la parte real de los autovalores adquiere positividad, por lo que, con las condiciones de vuelo de  $M = 0.7$  y  $z = 11000 \text{ m}$  y con la configuración alar en cuestión, el Tornado es estable.



17. Parte real de los autovalores en función de  $p_0$  con geometría de flecha máxima.

Si  $p_0$  fuese nula, el sistema se desacoplaría dando lugar a dos soluciones, un autovalor correspondiente al Modo de Corto Período y otro correspondiente al llamado *Balanceo del Holandés*.

## Carreras de despegue en bases aéreas

Otra actuación importante es el despegue, por ello, para ver cómo influye la geometría del Tornado en ésta, se analiza la distancia necesaria para el despegue en tres bases aéreas militares de los tres países que formaron el consorcio para el proyecto del Panavia Tornado. Las características principales<sup>2</sup> de estas bases son:

**RAF Brize Norton (OACI: EGVN):** situada en Oxfordshire. Es la base más grande de la Royal Air Force británica.

- **Elevación:** 87.4 m.
- **Longitud de pista:** 3050 m.
- **Material de pista:** asfalto.
- **Orientación:** 07/25.
- **QNH:** 1020 hPa.
- **Coordenadas:** 51° 45' 00" N, 001° 35' 01" W.

**Base aérea de Büchel (OACI: ETSB):** base aérea de la Luftwaffe situada cerca del pueblo alemán de Büchel.

- **Elevación:** 478 m.
- **Longitud de pista:** 2507 m.
- **Material de pista:** asfalto.
- **Dirección:** 03/21.
- **QNH:** 1019 hPa.
- **Coordenadas:** 50° 10' 35" N, 007° 03' 28" E.

**Base aérea de Grazzanise (ICAO: LIRM):** base aérea situada 2 km al sur del pueblo de Grazzanise, en la región de Campania, Italia.

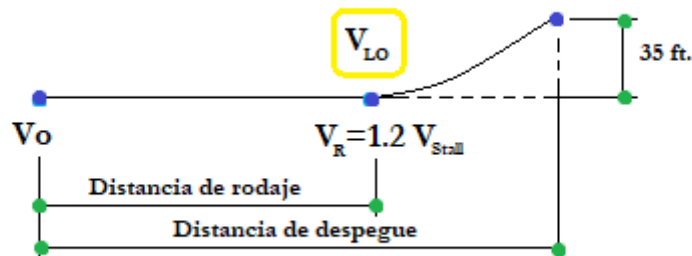
- **Elevación:** 9 m.
- **Longitud de pista:** 2991 m.
- **Material de pista:** asfalto.

<sup>2</sup> En el Anexo III se pueden encontrar cartas de aproximación, planos y mapas de las pistas de las bases consideradas: Brize Norton, Büchel y Grazzanise.

- **Dirección:** 06/24.
- **QNH:** 1015 hPa.
- **Coordenadas:** 40° 03' 39" N, 018° 4' 55" E.

Se estudia esta actuación en un día calmado, en ausencia de viento y lluvia y se analiza en tres situaciones distintas mostradas en la Tabla 23: envergadura máxima sin *flaps* y con deflexión máxima éstos y envergadura mínima. Se muestra, además, como referencia, la carrera de despegue en cada configuración al nivel del mar.

Por otra parte, se asume la simplificación de que la velocidad de rotación  $V_R$ , es decir, la velocidad a la cual el tren de aterrizaje delantero se despeg del suelo, es igual a la velocidad de *Lift-Off*, véase, la velocidad con la cual la aeronave se encuentra totalmente en el aire por primera vez. Esto implica que, tal y como se muestra en la Figura 17, el despegue en ese punto es instantáneo, por lo que la distancia real de despegue será ligeramente superior a la calculada debido al tiempo omitido correspondiente a la rotación.



18. Diagrama explicativo de la maniobra de despegue con la simplificación asumida.

Paralelamente, es necesario el coeficiente de rugosidad de la pista que, dado que las tres pistas de despegue están hechas de asfalto seco, coincide en sendos casos, por tanto,  $\mu_{TO} = 0.02$ .

Adicionalmente se necesita tener un modelo de empuje adecuado ya que, al poseer el Tornado dos motores de combustión externa, éste depende en gran medida de la velocidad del flujo entrante y de las condiciones atmosféricas y, si se desea analizar un despegue a diferentes altitudes, los efectos de la variación de densidad y velocidad sobre el empuje debieran ser considerados. No obstante, debido a la relativamente pequeña variación de velocidad entre  $V_o$  y  $V_R$  y a la baja relación de derivación de los Mk103, se asume que el empuje total se mantiene independiente de la velocidad durante la maniobra de despegue, quedando únicamente influenciado, y en menor medida, por la altitud.

	Elevación	Distancia de rodaje necesaria			Longitud de pista
		Con <i>flaps</i> (45°)	Sin <i>flaps</i>	Flecha máxima	
Al nivel del mar	0 m	346.3 m	846 m	1120.6 m	-
Grazzanise	9 m	346.9 m	847.6 m	1122.6 m	2991 m
Brize Norton	87.4 m	352.5 m	860.9 m	1140.3 m	3050 m
Büchel	478 m	381.6 m	931.1 m	1233.6 m	2507 m

Tabla 23. Datos de las pistas y distancias de rodaje correspondientes.

Se observan los valores obtenidos despreciando el efecto suelo y se aprecia que el Panavia Tornado en configuración de flecha máxima demanda más de 1 km de pista para despegue en cualquiera de

las tres bases al contrario que con envergadura máxima y *flaps* al 100%, situación en la cual despegue en apenas 400 m. Aun así, si el despegue inicia en el umbral de la pista, existe gran margen de longitud entre el punto donde se logra  $V_{LO}$  y el final de ésta, por lo que se concluye que el avión es capaz de despegar en cualquiera de las t

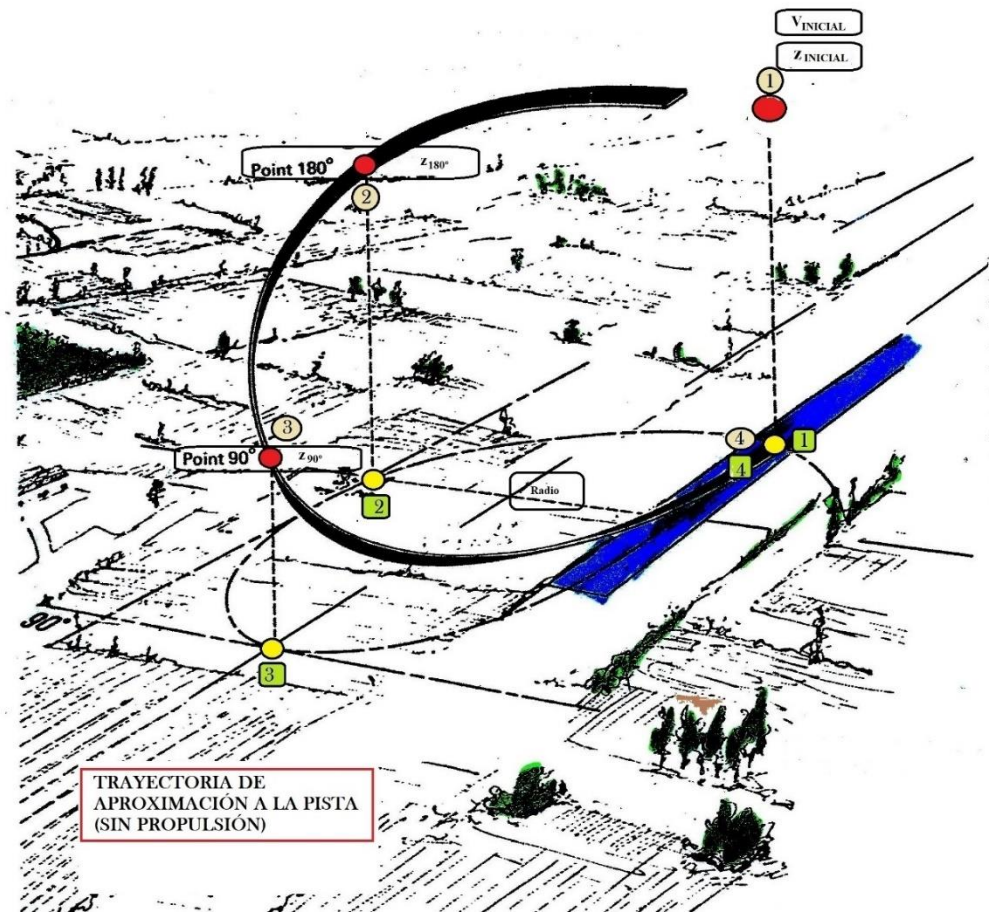
Comparando las distancias de rodaje necesarias con y sin *flaps*, se observa que incluso sin hacer uso de los dispositivos hipersustentadores, el despegue se efectúa en un menor recorrido que plegando las alas, haciendo que la configuración de flecha mínima sea la óptima para despegar.

Por último, resulta evidente que, a mayor elevación del aeropuerto, mayor será la distancia de despegue. Esto se debe a que la sustentación es directamente proporcional a la densidad del aire por lo que, cuanto menos haya, menos sustentación se generará, hecho que ocurre a mayor elevación, pues la densidad de la atmósfera disminuye con la altitud.

## Aproximación perpendicular a una pista de aterrizaje

Se presenta en este apartado el análisis de una actuación especial con fallo motor: una aproximación a una pista con un cambio de rumbo de  $\Delta\psi = 270^\circ$  y un descenso en espiral tal y como se puede observar en la Figura 18. Se busca determinar si es posible realizarla en alguna de las dos configuraciones alares del Tornado bajo ciertas condiciones, que son:

- Fallo motor total: quedan inutilizados ambos motores. No hay propulsión durante el descenso.
- Ausencia de dispositivos hipersustentadores: el fallo motor inutiliza prácticamente todo el sistema hidráulico, quedando un remanente funcional para extraer el tren de aterrizaje.



19. Esquema de la aproximación a la pista.

Además, para la realización de la maniobra, el piloto fija un ángulo de asiento lateral  $\mu$  y una pendiente de aproximación  $\gamma$  que se mantienen constantes durante todo el descenso. También se asume constante la densidad ya que no se pretende perder mucha altitud y se toma como base para obtener la velocidad de pérdida a la elevación de la pista.

El objetivo del estudio es, pues, encontrar condiciones iniciales de altitud y velocidad que permitan realizar un cambio de rumbo mayor o igual que  $270^\circ$  sin que la velocidad de vuelo disminuya por debajo de la velocidad de pérdida.

A continuación, en la tabla 24, se muestran condiciones iniciales para ambas geometrías que a priori hacen posible la maniobra.

	Altitud inicial	Velocidad inicial	Pendiente de descenso ( $\gamma$ )	Ángulo de asiento lateral ( $\mu$ )	Velocidad de pérdida	Velocidad a $270^\circ$
<b>CASO 1</b>						
<b>Flecha mínima</b>	5000 ft. (1524 m)	165 m/s	$-6.5^\circ$	$40^\circ$	93.5 m/s	163.7 m/s
<b>CASO 2</b>						
<b>Flecha mínima</b>	5000 ft	150 m/s	$-4^\circ$	$30^\circ$	93.5 m/s	131.4 m/s
<b>CASO 3</b>						
<b>Flecha máxima</b>	5000 ft	150 m/s	$-7^\circ$	$45^\circ$	88 m/s	-
<b>CASO 4</b>						



<b>Flecha máxima</b>	5000 ft	200 m/s	-6.5°	40°	88 m/s	106.2 m/s
----------------------	---------	---------	-------	-----	--------	-----------

Tabla 24. Valores de la actuación en cada caso.

Dado que se ha fijado constante la densidad en  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ , la altitud no influye en la actuación. No obstante, se ha de elegir un valor de altitud que permita asumir esta hipótesis, por ejemplo, según el modelo de atmósfera ISA estándar, a 5000 pies de altitud (1524 m), la densidad es de  $1.055 \text{ kg/m}^3$ , un 86% de la que se encontraría al nivel del mar. Si se calcula el coeficiente de sustentación de vuelo equilibrado a una velocidad de 150 m/s para ambas altitudes, se obtienen los siguientes valores:

$$\{CL_{z=0 \text{ m}} = 0.55, CL_{z=1524 \text{ m}} = 0.48\}$$

El CL a 5000 pies de altitud diferiría en un 13% del del nivel del mar por lo que, de cara a este estudio, se considera válida la hipótesis de densidad constante.

Como se puede observar, los casos 1 y 2 son perfectamente válidos; la velocidad del avión una vez girados los 270° y estando alineado con la pista es notablemente superior a la velocidad de pérdida, por lo que si el piloto lograra aterrizar sin *flaps* la maniobra sería un éxito. Como añadido, se puede encontrar la mínima velocidad inicial para determinados ángulos de operación; para el caso 2, si la aeronave llegase con una velocidad inferior a 116 m/s, no sería capaz de girar los 270° manteniendo su velocidad por encima de la de pérdida.

Por otra parte, los casos 3 y 4 difieren de los de envergadura máxima. Si el Tornado llega a la posición inicial con las condiciones del caso 3, la pérdida se produciría habiendo girado 133.7° el rumbo, luego, no se finalizaría con éxito la maniobra. Se tendría que llegar al punto inicial con una velocidad aproximada de 200 m/s para poder realizar el aterrizaje.

Resulta interesante, además, visualizar los valores de factor de carga  $n$  y radio de giro de la actuación, que se obtienen haciendo uso de las expresiones 15 y 16.

$$n = \frac{\cos \gamma}{\cos \mu} = \frac{L}{g \cdot m_{ref}} = \sqrt{\frac{-0.5 \cdot \rho_0 \cdot S_W \cdot V^2 \cdot CD_0 - g \cdot m_{ref} \cdot \gamma}{\frac{2 \cdot K \cdot (g \cdot m_{ref})^2}{\rho_0 \cdot S_W \cdot V^2}}}$$

Ecuación 15. Expresión del factor de carga.

$$r_{Giro} = \frac{V}{\dot{\psi}} = \frac{V}{\frac{1}{m \cdot V} \cdot \frac{\sin \mu}{\cos \gamma} \cdot L} = \frac{V}{n \cdot \frac{g}{V} \cdot \sin \mu}$$

Ecuación 16. Expresión del radio de giro de la maniobra.

Como se puede observar, el radio de giro, es decir, la proyección horizontal de la maniobra de descenso es independiente de la velocidad, pues las  $V$  del numerador y del denominador se anulan.

Los ángulos de trayectoria y de asiento lateral son, como ya se ha indicado, constantes e impuestos por el piloto, la densidad también se mantiene en su valor al nivel del mar y los parámetros geométricos dependen de la flecha del ala, por tanto, la única variable es la velocidad de vuelo, que varía con el cambio de rumbo. Para ilustrarlo, se presentan a continuación los distintos valores de radio de giro y factor de carga de los casos presentados en la Tabla 24.

Se incluye además la altitud perdida durante la ejecución de la maniobra en cada caso.

	Radio de giro	Factor de carga	Altitud perdida	Altitud inicial
<b>CASO 1</b>	1378.4 m	1.30	735.3 m	1524 m
<b>CASO 2</b>	1779.1 m	1.15	584.8 m	1524 m



<b>CASO 3</b>	1109.2 m	1.40	-	1524 m
<b>CASO 4</b>	1221.5 m	1.30	651.6 m	1524 m

Tabla 25. Datos de la actuación en cada caso.

El factor de carga, tal y como se indica en la Ecuación 15, se define como el cociente entre la sustentación y el peso, es decir, depende del cuadrado de la velocidad. No obstante, debido a la pequeña variación de ésta durante la maniobra, el factor de carga se puede asumir constante durante su realización e igual al cociente entre el coseno de la pendiente y el coseno del ángulo de asiento lateral.

El tiempo empleado en el descenso puede deducirse también, pero de forma aproximada. Tomando valores medios de velocidades, para los casos 1 y 4 se tardan unos 40 segundos en recorrer los 270° y para el caso 2, un minuto aproximadamente.

Por otra parte, cabe mencionar que, como se ha explicado anteriormente, debido a la hipótesis tomada de densidad constante, la altitud no influye en los cálculos, no obstante, al obtener valores de altitud perdida, se puede elegir una altitud inicial de seguridad para la realización de la aproximación.

Tomando el caso 1, pues es el más demandante en términos de altitud necesaria, se calcula que la altitud a la cual el Tornado se alinearía con la pista sería de 788.7 m y, de la Tabla 24 se tiene que la velocidad en ese instante es de 163.7 m/s, por ende, llegados a este punto, el piloto debería actuar sobre los controles alabeando para anular el ángulo de asiento lateral, extrayendo el tren de aterrizaje y preparándose para realizar un descenso rectilíneo controlado en ausencia de dispositivos hipersustentadores.

### Aproximación a bases aéreas

Para concluir el estudio, se comprueba si es realizable la aproximación en los casos 1, 2 y 4 a las tres bases aéreas planteadas en el apartado “Carreras de despegue en bases aéreas”: Brize Norton, Büchel y Grazzanise. Se comprueba que la altitud final tras el cambio de rumbo sea superior a la elevación de la pista de las bases y los datos se recogen en la tabla XX.

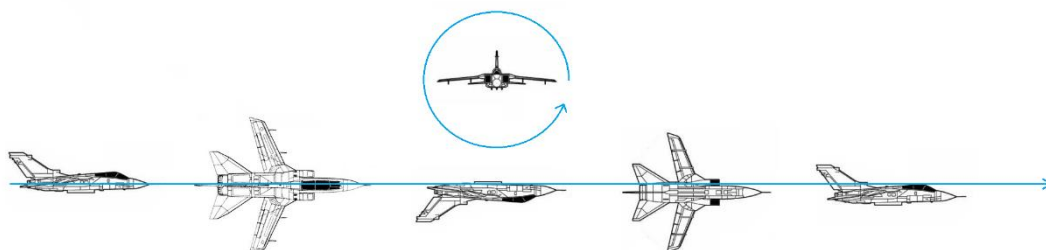
	<b>CASO 1</b>	<b>CASO 2</b>	<b>CASO 4</b>
<b>Altitud inicial</b>	1524 m		
<b>Altitud perdida</b>	735.3 m	584.8 m	651.6 m
<b>Altitud final</b>	<b>788.7 m</b>	<b>939.2</b>	<b>872.4 m</b>
<b>Elevaciones de las bases aéreas</b>			
<b>Grazzanise</b>	<b>9 m</b>		
<b>RAF Brize Norton</b>	<b>87.4 m</b>		
<b>Büchel</b>	<b>478 m</b>		

Tabla 26. Datos de la actuación en cada base aérea.

En vista de los resultados mostrados se concluye que, partiendo de una altitud de 1524 m y bajo las condiciones de velocidad y actitud del Tornado en cada caso, es perfectamente posible realizar el descenso planteado sobre las tres bases aéreas.

## Tonel en vuelo horizontal

Finalmente se estudia la maniobra del tonel en vuelo horizontal. Esta actuación consiste en, en condiciones de vuelo horizontal equilibrado, aplicar una deflexión de alerones para imprimir movimiento de alabeo y girar sobre el eje longitudinal dando vueltas tal y como se observa en la Figura 19.



20. Tonel de 360° en vuelo horizontal.

En el caso del Panavia Tornado, debido a la ausencia de alerones, esta maniobra se ha de realizar deflectando antisimétricamente el empenaje horizontal.

Resulta interesante observar cómo evolucionan variables como la altitud o la velocidad con el transcurso del tiempo mientras se realiza el tonel. Por ello, se presentan dos estudios, en el primero se trabaja la maniobra considerando únicamente un grado de libertad, la deflexión del empenaje, y en el segundo, se hace uso del sistema completo de ecuaciones de la mecánica de vuelo para obtener la respuesta de diferentes variables en función del tiempo.

### Tonel con un grado de libertad

El análisis del tonel tomando como consideración un único grado de libertad requiere de una serie de hipótesis y simplificaciones del sistema de ecuaciones, formado por las ecuaciones [2B], [4B], [6B] y [7B] según el sistema de ejes viento<sup>3</sup>. Las simplificaciones son:

- El movimiento corresponde al alabeo puro, por lo que el giro se produce alrededor del eje  $X_w$ .
- Se supone equilibrio dinámico alrededor de  $Y_w$  y  $Z_w$ , con  $I_{xz}$  y el ángulo de asiento longitudinal inicial despreciables.

Además, los términos de las ecuaciones que los multipliquen incrementos de velocidad lateral, deflexión del timón de dirección o aceleración de guiñada desaparecen, pues estos son nulos al ser el movimiento alabeo puro.

Se analiza la maniobra al nivel del mar y con un Mach de 0.7 y se equilibra el avión bajo estas condiciones.

CONDICIONES DE VUELO DE LA MANIOBRA	
Altitud	0 m
Número de Mach	0.7
Velocidad	238.19 m/s
Condiciones de equilibrio con flecha mínima	
$\alpha_{Trim}$	4.43°
$\delta_{E Trim}$	-7.86°
$\delta_{P Trim}$	0.4
Condiciones de equilibrio con flecha máxima	
$\alpha_{Trim}$	4.72°

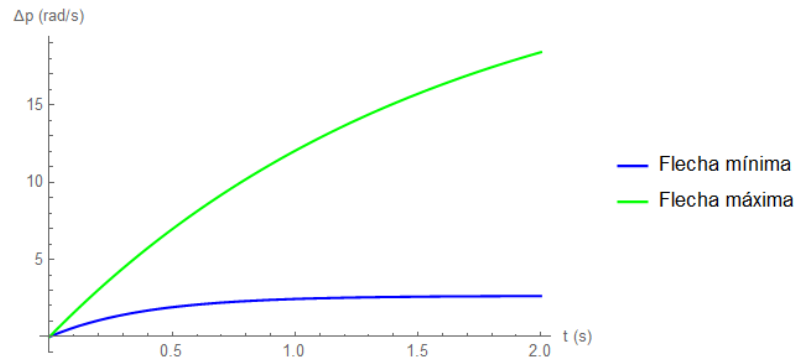
<sup>3</sup> Sistema de referencia centrado en el centro de gravedad de la aeronave cuyo eje longitudinal,  $X_w$ , comparte la dirección del vector velocidad de la corriente incidente, pero con sentido contrario. Los ejes  $Y_w$  y  $Z_w$  forman un triedro a derechas.

$\delta_E Trim$	-3.04°
$\delta_P Trim$	0.37

Tabla 27. Condiciones de vuelo y de equilibrio para el tonel.

Dado que el equilibrio representa el vuelo horizontal, los ángulos de deflexión del timón de dirección y de derrape de *Trim* son prácticamente nulos, por lo que se consideran despreciables.

Se aplica una deflexión antisimétrica de 10° del tipo escalón, equivalente aproximadamente al valor máximo alcanzable, aunque deflectando de forma simétrica se lograría un mayor ángulo efectivo, y se representa el aumento de velocidad angular de alabeo durante 2 segundos. El valor inicial de velocidad de alabeo es nulo, luego el valor incremental coincide con el valor final.



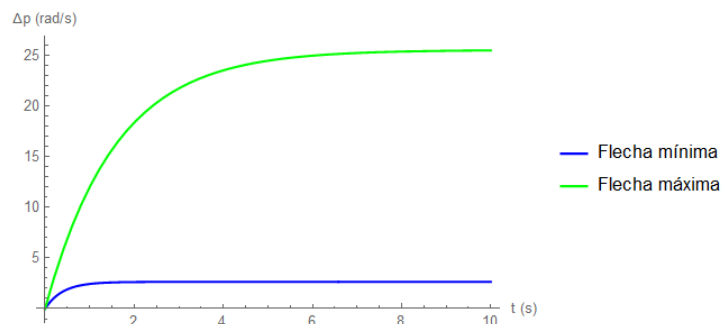
21. Respuesta de la velocidad angular de alabeo ante deflexión antisimétrica de 10° del empenaje horizontal con envergadura máxima.

Para la obtención del valor estacionario de velocidad angular se hace el límite cuando el tiempo tiende a infinito.

Valores estacionarios de velocidad angular de alabeo	
$p(\infty)$ con flecha mínima	2.65 rad/s
$p(\infty)$ con flecha máxima	25.56 rad/s

Tabla 28. Valores estacionarios de velocidad angular de alabeo.

Con flecha mínima, el Tornado alcanza una velocidad de alabeo de 2.65 rad/s en un tiempo de aproximadamente 1 segundo; el transitorio es muy corto, no obstante, con la configuración de flecha máxima, el tiempo de estabilización aumenta. Para visualizarlo, simulando durante 10 segundos se observa que en torno a los 6 segundos ya se alcanza el valor estacionario de velocidad angular.



22. Respuesta de la velocidad angular de alabeo ante deflexión antisimétrica de 10° del empenaje horizontal con flecha máxima.

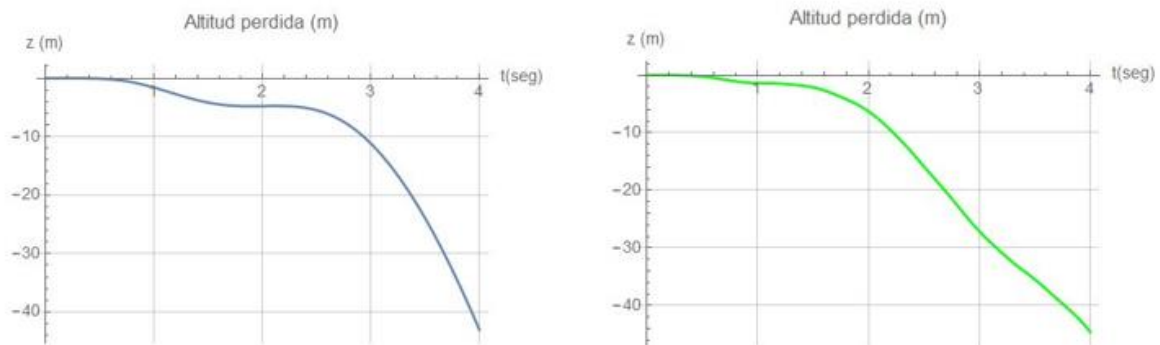
Por otra parte, para realizar un giro completo únicamente con una entrada escalón del tipo pulso, la deflexión necesaria sería de unos  $24^\circ$ , por lo que se concluye que con un único pulso no es posible realizar el tonel completo con envergadura máxima, pues el ángulo de deflexión excede el alcanzable en condiciones asimétricas. Por el contrario, si se toma la configuración de flecha máxima, se tiene que con una deflexión de  $2.5^\circ$  se logra realizar el giro de  $360^\circ$ .

### **Tonel con dinámica de vuelo completa**

Se integran, en este caso, las ecuaciones completas de mecánica de vuelo para obtener las variables que se muestran en función del tiempo. Para ello, se toman los valores de equilibrio de la Tabla 27, se aplica una deflexión del empenaje de  $10^\circ$  y se integra durante 4 segundos, obteniéndose los siguientes resultados.

El código de colores utilizado se sigue manteniendo, es decir, el color azul representa los resultados correspondientes a envergadura máxima y el verde los relativos a flecha máxima.

#### **Altitud perdida**

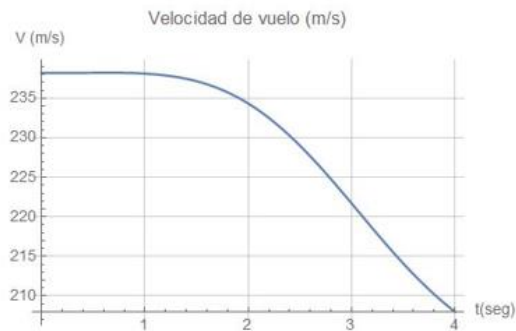


*23. Altitud perdida con flecha mínima y máxima respectivamente.*

Una de las consecuencias de realizar la maniobra del tonel es, tal y como se puede observar, la pérdida de altitud. Esta reducción se debe a que, tan pronto el avión empieza a alabear, la sustentación deja de equilibrar el peso hasta que se completan los  $360^\circ$ . Este problema podría suplirse actuando sobre el timón de profundidad y dirección de forma controlada durante la maniobra, no obstante, se ha supuesto que, durante ésta, los controles permanecen constantes en la posición de equilibrio longitudinal. Además, debido a la ausencia de alerones, el timón de profundidad deflectado antisimétricamente es el encargado de producir el alabeo por lo que éste queda fijo en la posición  $\Delta\delta_A = 10^\circ$ , sin poderse modificar.

Comparando ambos casos, se aprecia que la pérdida de altitud pasados los 4 segundos es de aproximadamente unos 40 metros, siendo ligeramente superior en el caso de la flecha máxima.

#### **Velocidad de vuelo**



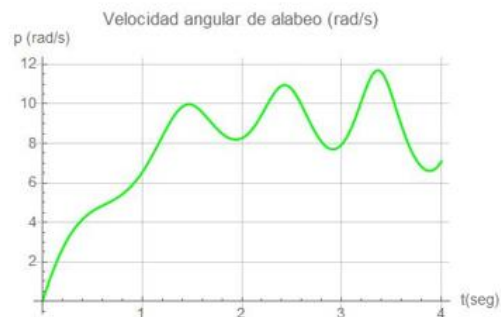
24. Velocidad de vuelo con flecha mínima y máxima respectivamente.

Si se observa la velocidad de vuelo, se aprecia que en configuración de envergadura máxima disminuye notablemente en casi 30 m/s, al contrario que con flecha máxima, caso en el cual se reduce en tan sólo 6 m/s.

### Velocidad angular de alabeo

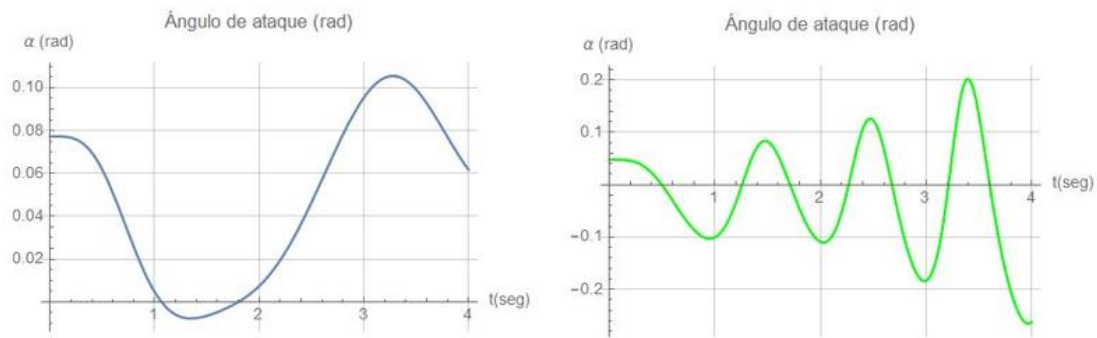
El caso de la velocidad de alabeo se diferencia del resto por su carácter oscilatorio. Si bien no se puede apreciar en el gráfico izquierdo, el comportamiento de la  $p$  con envergadura máxima también lo es, aunque más tardío.

El efecto de estas variaciones periódicas de la velocidad angular sobre la velocidad del Tornado puede apreciarse en la gráfica de  $V$  del apartado anterior.



25. Velocidad angular de alabeo con flecha mínima y máxima respectivamente.

### Velocidad angular de cabeceo y ángulo de ataque:

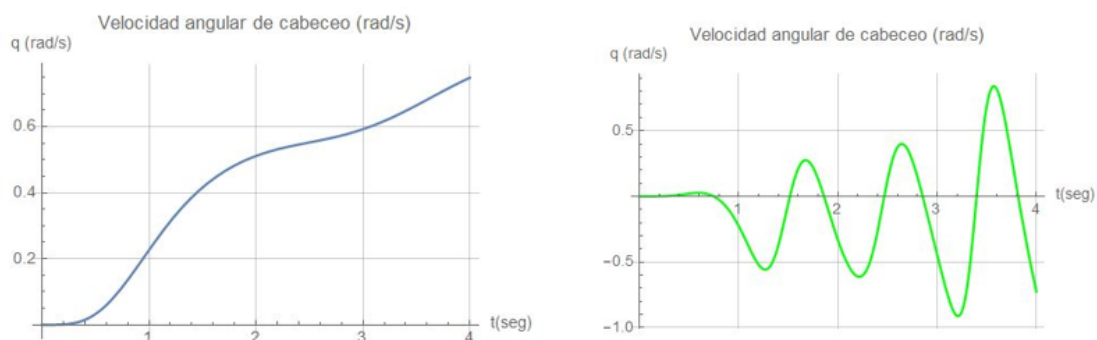


26. Ángulo de ataque con flecha mínima y máxima respectivamente.

De igual forma que en el caso de la velocidad angular de alabeo, el ángulo de ataque también presenta un carácter oscilatorio y con amplitud creciente, es decir, la respuesta de  $\alpha$  se vuelve inestable conforme el avión gira sobre su eje X.

Consecuentemente, la respuesta del ángulo de ataque influye directamente en la de la velocidad angular de cabeceo; cuanto más tiempo dure la maniobra del tonel, más se tenderá hacia la inestabilidad longitudinal.

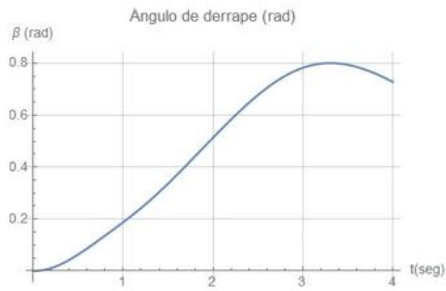
Por otra parte, aunque las respuestas en configuración de envergadura máxima no tengan un comportamiento tan claramente oscilatorio, los valores de  $\alpha$  y  $q$  crecen con mayor rapidez que con flecha máxima, por lo tanto, sea cual sea la flecha alar, se buscará realizar la maniobra con la mayor celeridad posible y volver a las condiciones de equilibrio.



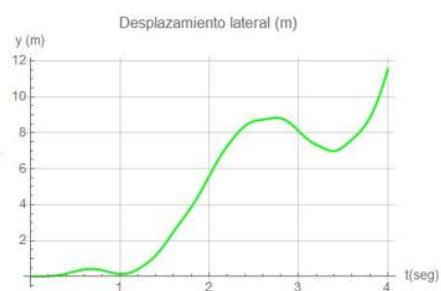
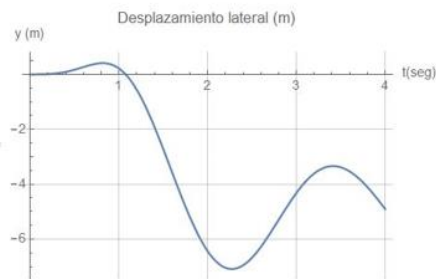
27. Velocidad angular de cabeceo con flecha mínima y máxima respectivamente.

### Variables de la dinámica lateral

Resulta interesante también observar cómo cambian las variables relativas a la dinámica lateral, como el ángulo de derrape  $\beta$  o el desplazamiento en Y.



28. Ángulo de derrape con flecha máxima y mínima respectivamente.

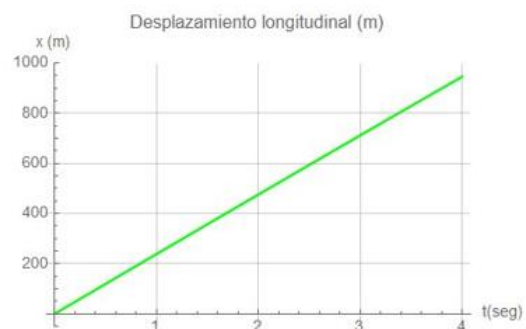
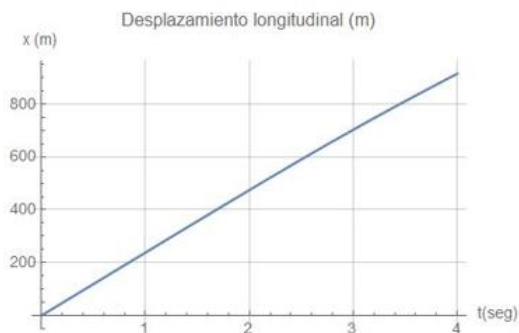


29. Desplazamiento lateral con flecha mínima y máxima respectivamente.

Al igual que en el caso de las variables longitudinales, se mantiene el carácter oscilatorio y de creciente amplitud de la respuesta del ángulo de derrape. No obstante, resulta interesante observar que, según qué flecha posea el Tornado, su respuesta se decantará hacia un lado u otro, aunque con mucha mayor rapidez en el caso de la flecha máxima.

### Desplazamiento longitudinal

Y, finalmente, se muestran los gráficos de desplazamiento longitudinal en los cuales, como es evidente, al llevar una velocidad inicial de 238.19 m/s, no se aprecia un cambio en la variación de distancia desplazada pasados los 4 segundos simulados.



30. Desplazamiento longitudinal con flecha mínima y máxima respectivamente.

## Conclusiones

Finalmente cabe preguntarse, ¿es la capacidad de modificar la flecha a voluntad una característica viable de interés en el Panavia Tornado?

A lo largo del documento se ha podido comprobar que, en régimen de vuelo subsónico con  $M=0.7$ , prácticamente todas las actuaciones planteadas han sido realizables en ambas configuraciones y que las diferencias en comportamiento no son muy determinantes.

Por tanto, y al tratarse de un avión utilizado en el ámbito militar, la decisión de si la geometría variable es o no eficiente recae sobre las fuerzas aéreas, que deben decidir si el esfuerzo económico adicional que requiere el mantenimiento del mecanismo de variación de flecha compensa la versatilidad en diferentes condiciones de vuelo.

A priori y viendo los resultados obtenidos, el avión en régimen subsónico se desempeña perfectamente en la configuración de envergadura máxima por lo que, si la aeronave fuese a operar única y exclusivamente en condiciones similares a las planteadas en este estudio, véase,  $M=0.7$  y a una altitud cercana al nivel del mar, no sería eficiente poseer la capacidad de variar la flecha, pues esta particularidad no se utilizaría y sólo dificultaría su mantenimiento.

No obstante, el Panavia Tornado es capaz de operar también a velocidades supersónicas, en las cuales la mecánica de vuelo es diferente, por lo que se deberían evaluar varias actuaciones en régimen de  $M>1$  para determinar si realmente es decisivo poder aumentar la flecha en pleno vuelo, aunque ese estudio queda fuera del alcance de este proyecto, dado que el Modelo Matemático usado es exclusivamente subsónico.



## ANEXOS

### Anexo I. Variantes del Panavia Tornado

En la sección introductoria del documento se presenta un breve contexto histórico del Panavia Tornado y se hace mención a diversas versiones del avión. No obstante, en el presente anexo se enumeran todas y cada una de las variantes de la aeronave junto a una breve descripción.

- **Tornado IDS:** primer modelo de la aeronave. Realizó su primer vuelo el 14 de agosto de 1974.
  - o **Tornado GR.1:** primera versión del IDS operado por la RAF. Posee un radar de seguimiento de terreno que permite volar en modo automático a baja altitud.
  - o **Tornado GR.1B:** variante destinada al ataque contra buques.
  - o **Tornado GR.4:** versión mejorada del GR.1 que entró en servicio en 2003. Pulió las capacidades de vuelo a media altura y mejoro los sistemas de radar y las pantallas de la cabina.
  - o **Tornado GR.1A/GR.4A:** variante de reconocimiento del IDS de la RAF.
- **Tornado ECR:** Las siglas significan *Electronic Combat/Reconnaissance*. Se trata de un modelo utilizado por Italia y Alemania y destinado al combate electrónico y a la supresión de defensas aéreas enemigas.
- **Tornado ADV:** variante de defensa aérea que actuaba como interceptor. Fue retirado de servicio en 2011 y sustituido por el Eurofighter Typhoon.

## Anexo II. Comparación con el análisis mediante la ley Biot & Savart.

Se muestra a continuación la comparativa de resultados obtenidos según los procedimientos de DATCOM.

Se emplea la aplicación de la ley de Biot & Savart, basada en aerodinámica potencial ideal, al análisis numérico de dos alas: ala principal y estabilizador horizontal trasero. Se trata de un análisis lineal en régimen incompresible, sin viscosidad ni desprendimiento de la corriente y aplicado a un conjunto de dos alas planas.

El procedimiento consiste, en primer lugar, en la definición de la geometría de las alas mediante las ecuaciones de las rectas de bordes de ataque, de salida y de cuerdas en la punta del ala, en base a los datos geométricos del Panavia Tornado extraídos de los planos importados al programa AutoCad 2018.

A continuación, se definen las coordenadas tridimensionales de los puntos de control de ambas alas y de los vértices y puntos límite de los anillos de torbellinos, que pueden ser cerrados o abiertos en herradura si se sitúan en los bordes de salida. Además, en los puntos que sean convenientes, se impone la condición de contorno de flujo de aire nulo a través del ala, y se definen los valores de las pendientes geométricas en el sentido de la corriente de cada uno de los anillos, teniendo en cuenta que la torsión alar es nula.

Se obtiene finalmente la circulación que influye en la sustentación como suma de las circulaciones de cada punto, con signo según su sentido en el eje x, y sus pendientes según el ángulo de ataque y el ángulo de deflexión del empenaje, con los cuales se consiguen los coeficientes aerodinámicos deseados.

	Aplicación de la Ley de Biot & Savart		DATCOM	
	Envergadura máxima	Flecha máxima	Envergadura máxima	Flecha máxima
$CL_{\alpha\_Wing}$	4.53299 <sup>4</sup>	1.72428	4.25531	2.03054
$CL_{Wing}$	4.8254 $\alpha$	2.08875 $\alpha$	4.25531 $\alpha$	2.03054 $\alpha$
$(\partial \epsilon / \partial \alpha)_{WT}$	-0.41484	-0.681368	-0.675	-0.675
$x_{CAw}/c_{rw}$	0.712051	0.905078	0.687732	0.824546
$CL_{\alpha\_Hor.Tail}$	2.43507 <sup>5</sup>	0.559636	2.37	2.78135
$CL_{Hor.Tail}$	1.4249 $\alpha$	0.822427 $\alpha$	0.77025 $\alpha$	0.9039 $\alpha$
$(\partial \epsilon / \partial \alpha)_{TW}$	0.0645061	0.211375	-	-
$x_{CAh}/c_{rt}$	0.637247	0.605896	0.57346	0.57346
$CL_{Wing+Hor.Tail}$	5.85942 $\alpha$	2.59151 $\alpha$	6.5363 $\alpha$ <sup>6</sup>	4.0557 $\alpha$
$CM_{\alpha\_Wing+Hor.Tail}$	-1.91466	-1.94593	-0.9482	-3.8446
$e_{Oswald\_Wing}$	0.792849 <sup>7</sup>	0.779505	0.935112	0.716296
$e_{Oswald\_Tail}$	0.803669	0.751121	0.822882	0.822882
$x_{CDG}$	2.552 m	6.22337 m	1.673 m	5.6387 m

Tabla 29. Comparativa de valores entre Biot & Savart y DATCOM.

<sup>4</sup> Este valor, junto al correspondiente a flecha máxima, se han obtenido haciendo uso del Procedimiento\_02 y de la Práctica\_01 de la asignatura 11889 del grado, cuyas referencias pueden encontrarse en el apartado de bibliografía.

<sup>5</sup> Los valores correspondientes al estabilizador horizontal también se han obtenido en base al Procedimiento\_02 y a la Práctica\_01.

<sup>6</sup> Conjuntamente para las dos alas, tanto en flecha máxima como mínima.

<sup>7</sup> Ídem.

Como se puede observar, el  $CL_{Wing+Hor.Tail}$  y el  $CM_{\alpha_{Wing+Hor.Tail}}$  difieren notablemente entre métodos debido a que DATCOM no permite obtener exclusivamente los coeficientes de sustentación y de momento de cabeceo del ala y del empenaje horizontal, les añade el efecto del fuselaje. Por tanto, en la tabla, los valores de estos dos coeficientes correspondientes al método DATCOM incluyen el efecto del fuselaje también.

En el caso del factor de Oswald, el método de Biot & Savart deduce la relación entre factores del ala y del estabilizador horizontal y, aplicándola a la ecuación de la resistencia inducida se obtienen los valores para ambas alas. Por el contrario, en la sección 4.5.3.2-2 de DATCOM se especifica que más allá de la búsqueda de valores experimentales, no existe en el manual ningún procedimiento para obtenerlo. Por ello, se ha utilizado el procedimiento publicado por David G. Hull en *Fundamentals of Airplane Flight Mechanics* y consistente en la ya introducida Ecuación 5.

Se aprecia una diferencia máxima del 12% aproximadamente, visible entre los resultados del ala con envergadura máxima, pero en lo que al resto de factores de Oswald se refieren, no difieren de forma significativa. No obstante, se observa que, debido a que Biot & Savart trabaja con la relación entre factores para la obtención de éstos, los valores correspondientes al estabilizador horizontal difieren entre configuraciones alares aunque éste no varíe debido a que el ala principal sí que ve modificada su flecha.

En cuanto al resto de parámetros, si bien se pueden observar diferencias, no son muy notables salvo en excepciones, como es el caso del  $CL_{Hor.Tail}$  que a su vez modifica el  $CL_{Wing+Hor.Tail}$ . Esto se debe a que el coeficiente de sustentación utilizado en el método de Biot & Savart es puramente teórico, al contrario que el utilizado en DATCOM, que considera los efectos del número de Mach sobre este, como se puede observar en las ecuaciones 17 y 18, correspondientes a los métodos de Biot & Savart y DATCOM respectivamente.

$$CL_{\alpha_{Hor.Tail}} = \frac{2\pi AR_t}{2 + \sqrt{4 + AR_t^2 (1 + \tan(\Lambda_{ct/2})^2)}}$$

*Ecuación 17. Expresión de la pendiente de la curva del Coeficiente de Sustentación del empenaje horizontal en función del ángulo de ataque.*

$$CL_{\alpha_{Hor.Tail}}(M) = \frac{2\pi AR_t}{2 + \sqrt{\frac{AR_t^2 \cdot \beta(M)^2}{\kappa_{CL\alpha_w}(M)^2} * \left(1 + \frac{\tan(\Lambda_{ct/2})^2}{\beta(M)^2}\right) + 4}}$$

$$\text{Con: } \beta(M) = \sqrt{1 - M^2} \text{ y } \kappa_{CL\alpha_w}(M) = \frac{CL_{\alpha_{perfil}}}{2\pi/\beta(M)}$$

*Ecuación 18. Expresión de la pendiente de la curva del Coeficiente de Sustentación del empenaje horizontal en función del ángulo de ataque y del número de Mach.*

### Anexo III. Comparación del coeficiente de resistencia parásita.

Los valores del coeficiente de resistencia parásita presentados en los apartados Geometría 1 y Geometría 2 se basan en los procedimientos disponibles en la revisión de 1978 de DATCOM, no obstante, existen multitud de métodos para su obtención.

En el presente anexo se muestra una comparación entre los valores de  **$CD_0$  para  $M=0.7$  y 11000 m** de los apartados de geometría y los obtenidos mediante los métodos del *USAF Stability And Control DATCOM* de 1975 de *Hoak & Alia* complementados con métodos más recientes.

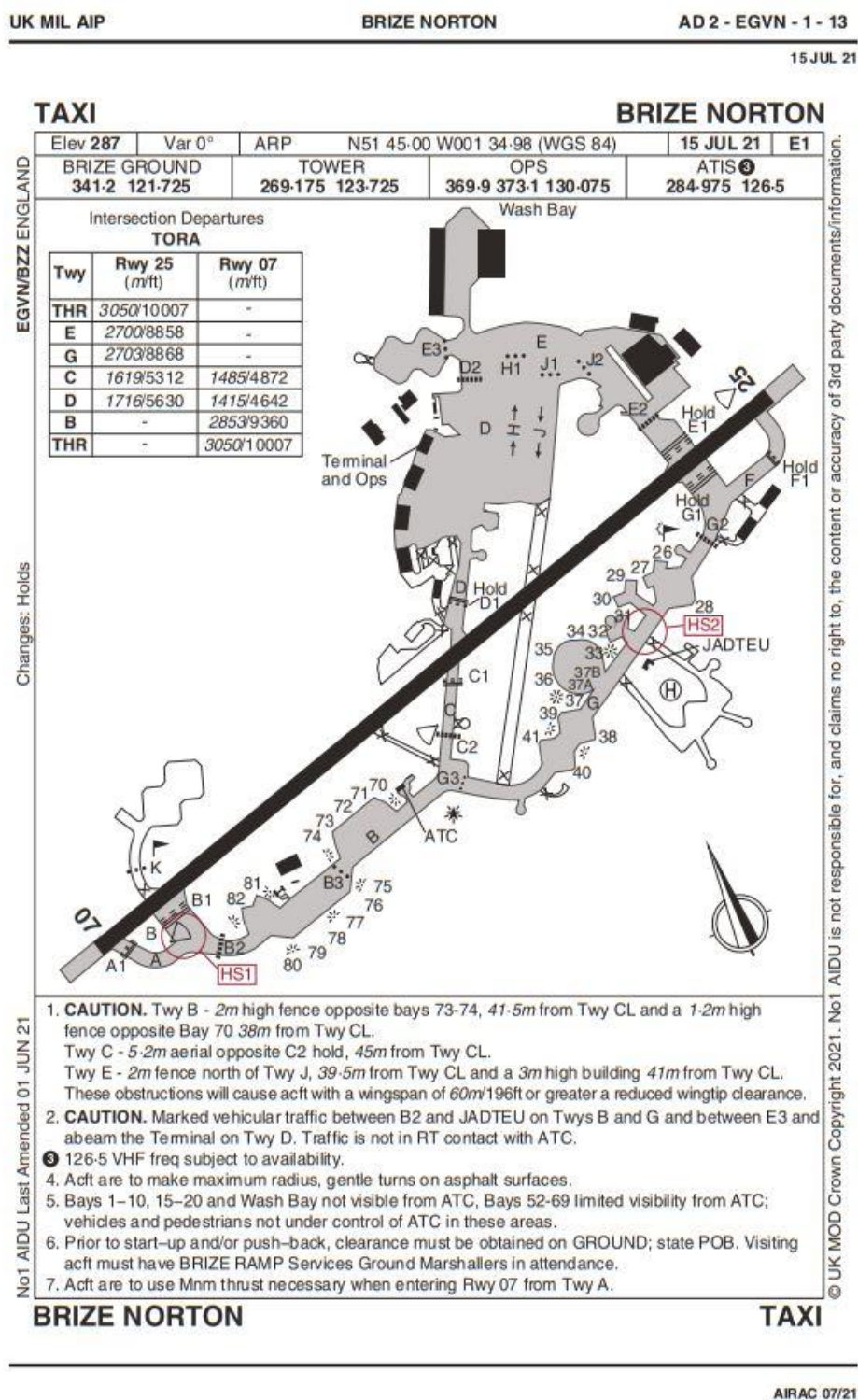
Comparativa de valores $CD_0$	$CD_{0\_Ala}$	$CD_{0\_Fus.}$	$CD_{0\_Est.Hor.}$	$CD_{0\_Est.Vert.}$	$CD_{0\_Total}$
<b>DATCOM 1978:</b> envergadura máxima	0.008	0.04	0.003	0.003	0.033
<b>DATCOM 1978:</b> flecha máxima	0.004	0.05	0.003	0.003	0.025
<b>DATCOM 1975 Hoak &amp; Alia:</b> envergadura máxima	0.006	0.008	0.003	0.002	0.019
<b>DATCOM 1975 Hoak &amp; Alia:</b> flecha máxima	0.005	0.008	0.003	0.002	0.018

Tabla 30. Comparativa de valores entre DATCOM 1975 y DATCOM 1978.

El método directo del manual DATCOM (revisión de 1978) considera las interacciones entre los diferentes elementos del avión de cara a obtener el valor de resistencia parásita total a diferencia el método de DATCOM de 1975, que obtiene los coeficientes de resistencia de cada sección por separado y los suma. Tampoco considera el efecto de los motores en marcha, aunque su efecto sobre el total es mínimo.

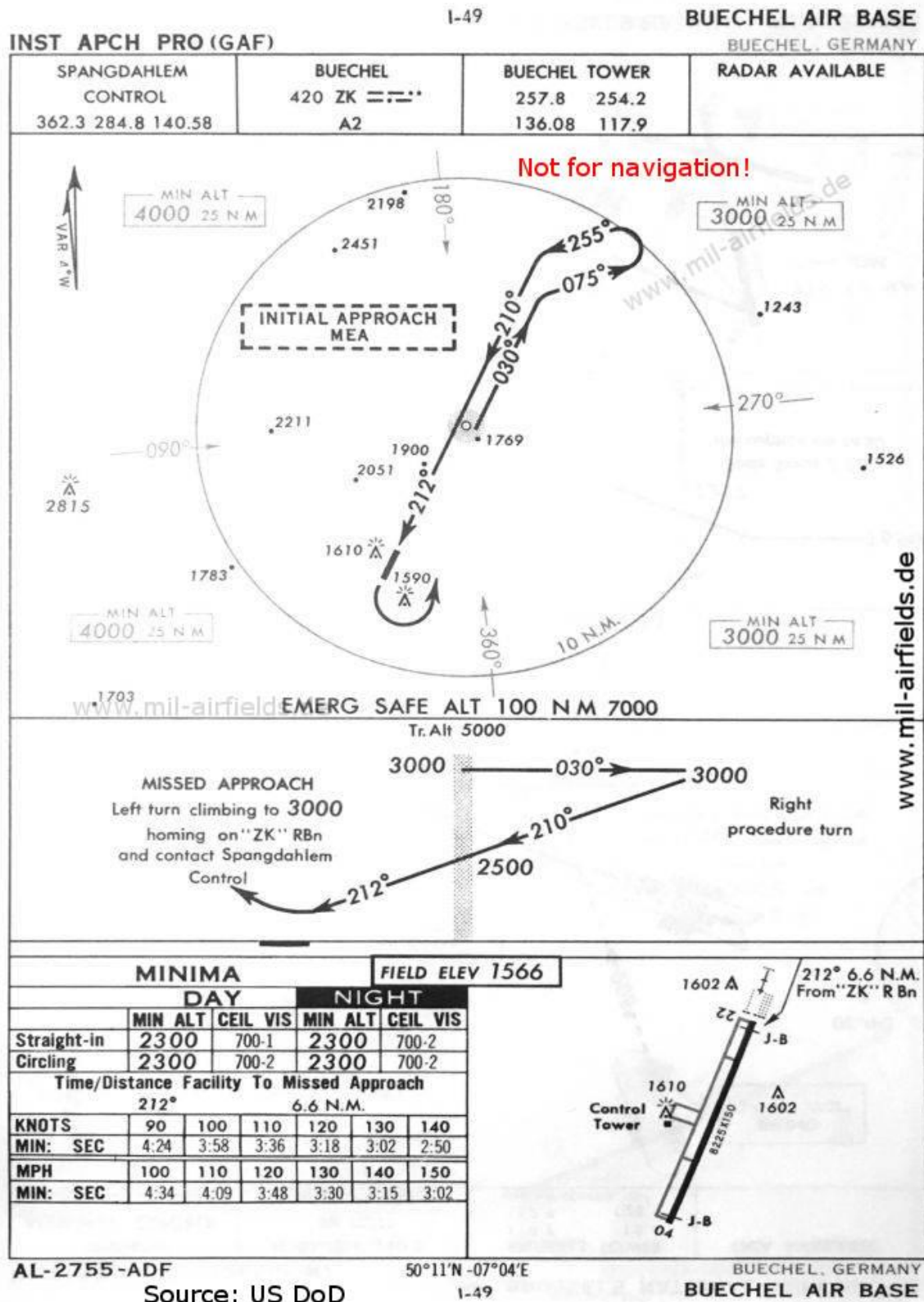
## Anexo IV. Información de las bases aéreas.

### Base aérea RAF Brize Norton



31. Plano de la base aérea de la RAF, Brize Norton.

# Base aérea de Büchel (*Luftwaffe*)

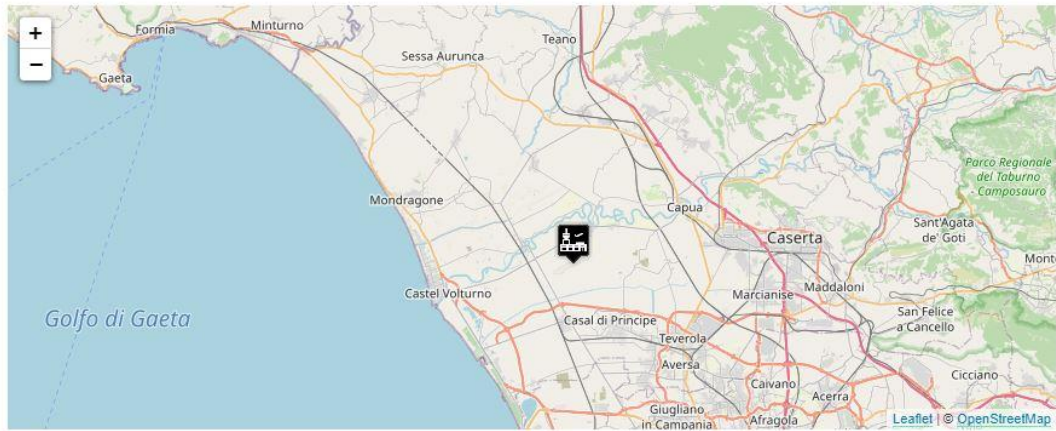


32. Carta de aproximación y plano de la base aérea de la Luftwaffe, Büchel.



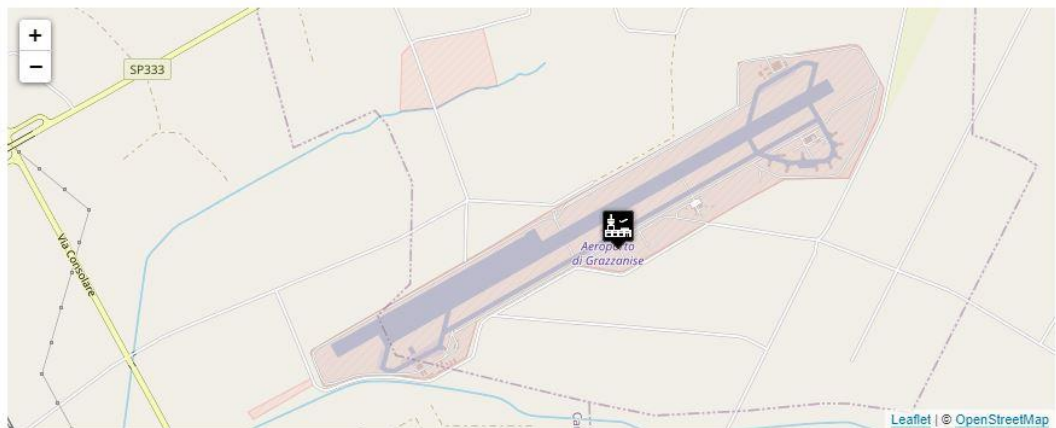
## Base aérea de Grazzanise (*Aeronautica Militare*)

### Ubicación geográfica



33. Ubicación geográfica de la base de la Aeronautica Militare, Grazzanise.

### Vista aérea de la base y la pista 24L/06R



34. Vista aérea de la base de Grazzanise.

### Fotografía de satélite de la base y sus alrededores



35. Fotografía satelital de la base de Grazzanise.

## **Anexo V. Pliego de condiciones.**

En este apartado se presenta la normativa vigente referente al espacio de trabajo, así como las modificaciones debidas a la situación de pandemia por la COVID-19 en el año 2021.

En lo referente a la crisis sanitaria debida a la pandemia, se han seguido y respetado las medidas urgentes de prevención, contención y coordinación establecidas en el Real Decreto-ley 21/2020 del 9 de junio por medio del uso de los programas electrónicos Microsoft Teams y Wolfram Mathematica, que han permitido el teletrabajo y las reuniones on-line, de acuerdo con lo establecido en el Real Decreto 926/2020.

Se han tenido en cuenta, además, los artículos aplicables a la situación de pandemia presentes tanto en el Real Decreto 486/1997 del 14 de abril, en el cual se especifican las disposiciones mínimas de seguridad y salud en el espacio de trabajo, como el Real Decreto 488/1997 del 14 de abril, relativo a espacios de trabajo con equipos informáticos y pantallas en ellos; ambos presentados a continuación.

### **Real Decreto 486/1997**

En este Real Decreto, del 14 de abril de 1997, se establecen las disposiciones mínimas de salud y seguridad en los espacios de trabajo. Se citan en este apartado los artículos 4, 5, 7 y 8, directamente aplicables al proyecto de final de carrera, enumerando en cada subapartado los puntos más importantes.

#### **Artículo 4. Condiciones constructivas.**

El lugar de trabajo deberá ofrecer seguridad frente a riesgos de resbalones o caídas, choques o derrumbamientos de material, así como facilidad para evacuar de forma rápida y segura en caso de emergencia.

- Las dimensiones del local deben permitir la realización del trabajo sin riesgos para su seguridad y salud y en condiciones ergonómicas aceptables. Sus dimensiones mínimas serán las siguientes:

- 3 m de altura desde el suelo hasta el techo, o en su defecto 2.5 m en el caso de locales comerciales, oficinas o despachos.

- 2 m<sup>2</sup> de superficie libre por trabajador

- 10 m<sup>3</sup> no ocupados por trabajador

- La separación entre elementos en el espacio de trabajo debe permitir la ejecución de este en condiciones de salud y bienestar.

- Se deben poder abrir las ventanas o dispositivos de ventilación de forma segura.

- Las escaleras han de tener una anchura mínima de 1 m y pasamanos si la altura de los peldaños supera los 60 cm.

- La instalación eléctrica ha de ser segura y no entrañar riesgos de accidente.



### **Artículo 5. Orden, limpieza y mantenimiento. Señalización.**

Los entornos de trabajo han de limpiarse en caso de necesidad y de forma periódica para mantener unas condiciones adecuadas de higiene y salud.

### **Artículo 7. Condiciones ambientales.**

Las condiciones de temperatura, humedad, viento o cualquier condición ambiental no debe poner en riesgo la salud ni el bienestar de los trabajadores.

### **Artículo 8. Iluminación.**

La iluminación del lugar de trabajo deberá adecuarse a la actividad que se esté realizando y, en la medida de lo posible, la luz será natural.

## **Real Decreto 488/1997**

Por otra parte, este real decreto establece las disposiciones mínimas de salud y seguridad relativas al trabajo con equipos que incluyan pantallas de visualización.

### **Equipo**

**Pantalla:** la pantalla ha de ser orientable, fácilmente orientable e inclinable. Además, debe poderse ajustar la luminosidad y el contraste entre los caracteres y el fondo de la pantalla para adaptarse a las necesidades del usuario.

**Teclado:** los símbolos del mismo deben poderse leer con facilidad y se ha de dejar espacio suficiente por delante para la correcta movilidad del trabajador.

**Mesa o superficie de trabajo:** el espacio ha de permitir una posición cómoda y una colocación flexible de los elementos de trabajo.

**Asiento de trabajo:** debe tener respaldo reclinable y altura regulable.

### **Entorno**

**Espacio:** el lugar de trabajo debe tener dimensiones suficientes para permitir movimientos y cambios de postura del trabajador.

**Iluminación:** la iluminación e iluminancia han de ser adecuados para el entorno y la pantalla.

**Reflejos y deslumbramientos:** las fuentes de luz no deben provocar reflejos o deslumbramientos que afecten a la actividad del trabajador y han de tener dispositivos de atenuación de luz en caso de que esta afecte al puesto de trabajo.

## **Real Decreto 463/2020**

Por último y de forma excepcional debido a la situación epidemiológica, se han tenido en cuenta las medidas presentes en los artículos 7 y 9 del Real Decreto 463/2020 del 14 de marzo, por el cual se declaró el estado de alarma nacional con el fin de gestionar la crisis sanitaria debida al COVID-19.

### **Artículo 7. Limitación de la libertad de circulación de las personas.**

En este artículo se exponen las causas que pueden justificar un desplazamiento por la vía pública en situación de estado de alarma, por lo que, teniendo al alcance herramientas de trabajo no presencial, no se justifica un desplazamiento hasta a la universidad y el proyecto se realiza enteramente de forma no presencial.

### **Artículo 4. Medidas de contención en el ámbito educativo y de formación.**

El punto 1 del cuarto artículo especifica que se suspende cualquier tipo de actividad educativa o formativa, y, de acuerdo al punto 2, se han mantenido las actividades a distancia on-line, haciendo uso de los programas informáticos suministrados por la UPV.

## Anexo VI. Presupuesto.

En el presente apartado se muestran los costes de tiempo y dinero de la realización del proyecto. Se divide el coste total general del trabajo en costes de personal, costes de material informático, véase, ordenador portátil costes de software y conexión a internet, y costes de consumo.

### Coste de personal

En primer lugar, se muestra el coste debido al personal involucrado en el trabajo que, en este caso, se compone de dos personas, alumno y tutor. Para el sueldo del tutor se emplea el salario medio de profesor titular en Valencia en 2015, aproximadamente de 16 € por hora (Torre, 2015) contando que se trabajan 8 horas al día durante 242 días al año (22 días al mes incluyendo los festivos que no sean fines de semana).

	Tiempo dedicado	Salario	Coste (€)
Alumno	220 h	-	-
Tutor	25 h	-	-
Coste total			0 €

Tabla 31. Coste de personal.

### Coste de material informático

En esta parte se calculan los costes asociados al ordenador portátil y a la conexión a internet. En el caso del portátil, este es un *Lenovo Essential B50-50-80S2004ASP*, con procesador *Intel i5*, 8 GB de RAM y SSD de 445 GB cuyo coste inicial fue de unos 1000 €.

	Coste	Tiempo de uso	Coste (€)
Ordenador portátil	1000 €	4 meses	1000
Conexión a Internet	30 €/mes	4 meses	120
Coste total			1120

Tabla 32. Coste de material informático.

### Coste de Software

Por otra parte, se muestran los costes debidos a los programas informáticos utilizados. Las aplicaciones Microsoft Word y Microsoft Power Point se han utilizado para redactar el presente documento y la presentación en formato de diapositivas respectivamente. Además, se ha hecho uso de la herramienta Microsoft Teams para realizar reuniones vía internet entre tutor y alumno debido a las restricciones aplicadas a causa del COVID-19. Estos productos de Microsoft se reúnen en la Tabla 33 como “Licencias de Microsoft”.

También se lista el documento PDF del manual DATCOM que, aunque está disponible de forma gratuita en la *web*, entra en la enumeración como material informático utilizado.

	Coste	Tiempo de uso	Coste (€)
<b>Licencias de Microsoft</b>	1.65 €/mes	4 meses	6.6
<b>Wolfram Mathematica</b>	97 €/año	4 meses	97
<b>AutoCAD 2018</b>	130.63 €/mes	4 meses	522.52
<b>DATCOM PDF 1978</b>	Gratuito	4 meses	-
<b>Coste total</b>			<b>626.12</b>

Tabla 33. Coste de software.

## Coste Consumo

A continuación, se presenta el desglose de costes debidos al uso de la red eléctrica, es decir, el consumo del ordenador portátil, la iluminación y el aire acondicionado.

En cuanto al ordenador, dado que se utiliza en todo momento para el proyecto, se le multiplican a sus 0.06 kW las 220 horas totales del trabajo. Por otra parte, el consumo lumínico se debe a 2 bombillas LED de 15 W utilizadas durante las horas con poca iluminación ambiental, que en total suman unas 60 horas, y el consumo del aire acondicionado corresponde al uso de diario de 1 hora que se ha hecho durante los meses de junio y julio.

Para el coste unitario de la luz se toma su precio medio en 2020.

	Consumo (kWh)	Coste unitario (€/kWh)	Coste (€)
<b>Ordenador portátil</b>	13.2	0.206	2.72
<b>Iluminación</b>	1.8	0.206	0.37
<b>Aire acondicionado</b>	56.58	0.206	11.66
<b>Coste total</b>			<b>14.75</b>

Tabla 34. Coste de consumo.

## Coste total

Finalmente, añadiendo el IVA, se obtiene el coste total del proyecto.

División	Coste (€)
<b>Personal</b>	-
<b>Material informático</b>	1120
<b>Software</b>	626.12
<b>Consumo</b>	14.75
<b>Subtotal</b>	1760.87
<b>IVA: 21%</b>	369.78
<b>COSTE TOTAL</b>	<b>2130.65</b>

Tabla 35. Coste total.

## Bibliografía

- (GAF), L. /. (s.f.). *Büchel Air Base, Germany - Historical approach and aerodrome charts*. Obtenido de Military Airfield Directory Cold War Airfields: <https://konbriefing.com/mad/approach-charts/de-germany/buechel-air-base.html>
- Ala de geometría variable - Wikipedia*. (s.f.). Obtenido de [https://es.wikipedia.org/wiki/Ala\\_de\\_geometr%C3%ADa\\_variable](https://es.wikipedia.org/wiki/Ala_de_geometr%C3%ADa_variable)
- Avia.pro*. (12 de 07 de 2014). Obtenido de Panavia Tornado: <https://avia-es.com/blog/panavia-tornado>
- Blake., W. B. (1985). Prediction of Fighter Aircraft Derivatives Using Digital Datcom. *ALAA 3rd Applied Aerodynamics Conference* (pág. 9). Colorado Springs: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Büchel Air Base - Wikipedia*. (s.f.). Obtenido de [https://en.wikipedia.org/wiki/B%C3%BCchel\\_Air\\_Base](https://en.wikipedia.org/wiki/B%C3%BCchel_Air_Base)
- DMMT-UPV. (16 de 09 de 2020). *TEMA 00\_PRO\_02*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (06 de 07 de 2020). *TEMA 00\_PRO\_03*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (06 de 07 de 2020). *TEMA 00\_PRO\_05*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (06 de 07 de 2020). *TEMA 00\_PRO\_06*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (18 de 03 de 2021). *TEORÍA\_03\_ALABEO\_UN\_GRADO\_DE\_LIBERTAD*. Obtenido de 11901\_MECÁNICA DE VUELO (II): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (15 de 07 de 2021). *TEORÍA\_TEMA\_07C\_GIROS\_ESTACIONARIOS\_EN\_3D*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- DMMT-UPV. (s.f.). *TEORÍA\_TEMA\_07\_EJERCICIOS\_GIROS\_MECÁNICA\_DE\_VUELO*. Obtenido de 11889\_MECÁNICA DE VUELO (I): <https://poliformat.upv.es/>
- Domke, B. (1990). *Double-slotted Fowler flaps in fully extended position*. Obtenido de <https://b-domke.de/AviationImages/Tornado/1285.html>
- EUROCONTROL. (09 de 06 de 2021). *Skybrary*. Obtenido de Grazzanise Air Base: <https://skybrary.aero/index.php/LIRM>
- Finck, R. D., & Hoak, D. (1978). *USAF Stability and Control DATCOM*. Flight Control Division Air Force Flight Dynamics Laboratory Wright-Patterson Air Force Base, Ohio: McDonnell Douglas Corporation Douglas Aircraft Division.
- Grazzanise Air Base - Wikiqube*. (s.f.). Obtenido de [https://ao.wikiqube.net/wiki/Grazzanise\\_Air\\_Base](https://ao.wikiqube.net/wiki/Grazzanise_Air_Base)
- Gunston, B. (2000). *Jane's Aero Engines*. IHS Jane's.
- Hazari, A., & Walton, P. (2015). The UK National Flap Registry (UKNFR): A National Database for all pedicled and free flaps in the UK. *Journal of Plastic, Reconstructive & Aesthetic Surgery*, 1633-1636.

- Hull, D. G. (2007). *Fundamentals of Airplane Mechanics*. Springer.
- Ltd., J. A. (20 de 03 de 2017). *Panavia Tornado GR1 Flaps & Slats Functional Test in the backyard...*. Obtenido de YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=Rsimqf8NN0k>
- Marmier, P. d., & Wereley, N. (2003). Morphing Wings of a Small Scale UAV Using Inflatable Actuators for Sweep Control. *ALAA Applied Aerodynamics Conference* (pág. 11). Norfolk, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- METAR & TAF Visual Decoder*. (s.f.). Obtenido de <https://metar- taf.com/>
- Mikhelevich, I. (1993). *Panavia Tornado*. Obtenido de [https://www.the-blueprints.com/blueprints/modernplanes/panavia/45850/view/panavia\\_tornado/](https://www.the-blueprints.com/blueprints/modernplanes/panavia/45850/view/panavia_tornado/)
- MTU Aero Engines*. (2021). Obtenido de <https://www.mtu.de/engines/military-aircraft-engines/fighter-aircraft/rb199/>
- Pike, J., & Sherman, R. (s.f.). *FAS Military Analysis Network*. Obtenido de [//fas.org/man/dod-101/sys/ac/row/tornado.htm](http://fas.org/man/dod-101/sys/ac/row/tornado.htm)
- RAF. (31 de 12 de 2020). *EGVN Brize Norton Combined*. Obtenido de <https://www.aidu.mod.uk/aip/pdf/ad/EGVN-Brize-Norton-Combined.pdf>
- RAF Brize Norton - Wikipedia*. (s.f.). Obtenido de [https://en.wikipedia.org/wiki/RAF\\_Brize\\_Norton](https://en.wikipedia.org/wiki/RAF_Brize_Norton)
- Raymer, P. (2012). *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Render, P. M., & Walton, A. (2015). Aerodynamics of Battle Damaged Wings - the Influence of Flaps, Camber and Repair Schemes. *ALAA Applied Aerodynamics Conference* (pág. 10). Toronto, Ontario: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Torre, N. d. (02 de 11 de 2015). *EL MUNDO*. Obtenido de <https://www.elmundo.es/comunidad-valenciana/2015/11/02/56371b2c268e3eb06a8b45fc.html>
- USAF Stability and Control DATCOM - Wikipedia*. (s.f.). Obtenido de [https://en.wikipedia.org/wiki/USAF\\_Stability\\_and\\_Control\\_DATCOM](https://en.wikipedia.org/wiki/USAF_Stability_and_Control_DATCOM)